



杭州电子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

篆 隶 行 草 隶 篆

基于线面混合骨架的 六面体网格生成方法研究

答辩人：张 盛

导师：徐 岗、肖周芳



智能可视建模与仿真实验室
Intelligent Visual Modeling & Simulation (iGame) Lab

目 录

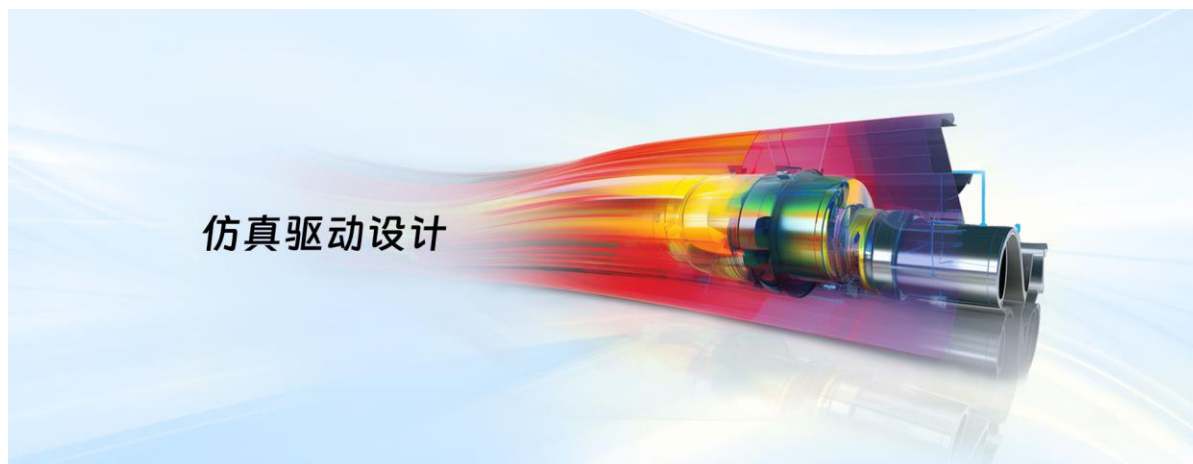
1. 研究背景与意义
2. 国内外研究现状
3. 一种新的六面体网格生成方法
4. 一种新的多立方构造方法
5. 总结与展望

01

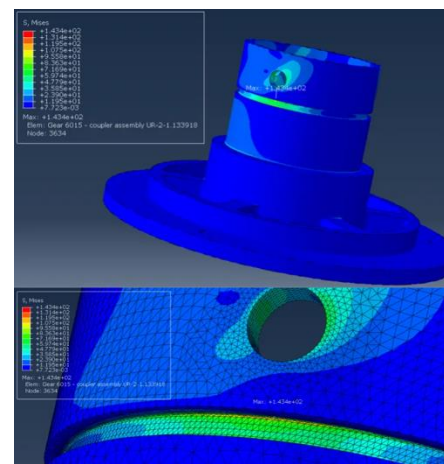
研究背景与意义

研究背景与意义

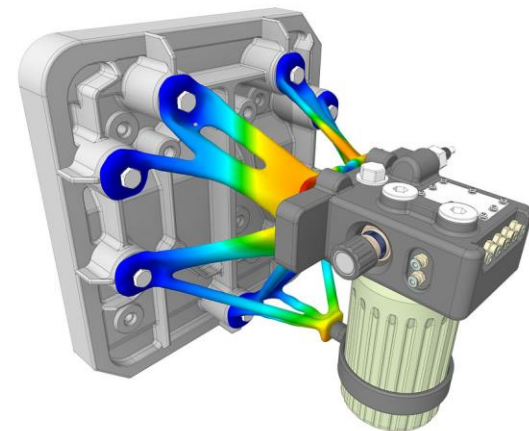
- **计算机辅助工程 (Computer Aided Engineering, CAE)**
 - 运用计算机对产品进行性能、安全、可行性分析
- **有限元分析 (Finite Element Analysis, FEA)**
 - CAE 领域中广泛使用的一种基本数值计算方法



泊松软件



Abaqus

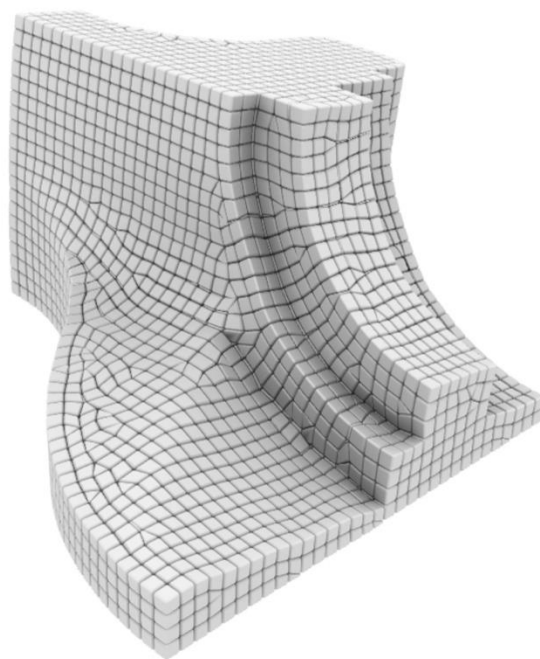


Ansys

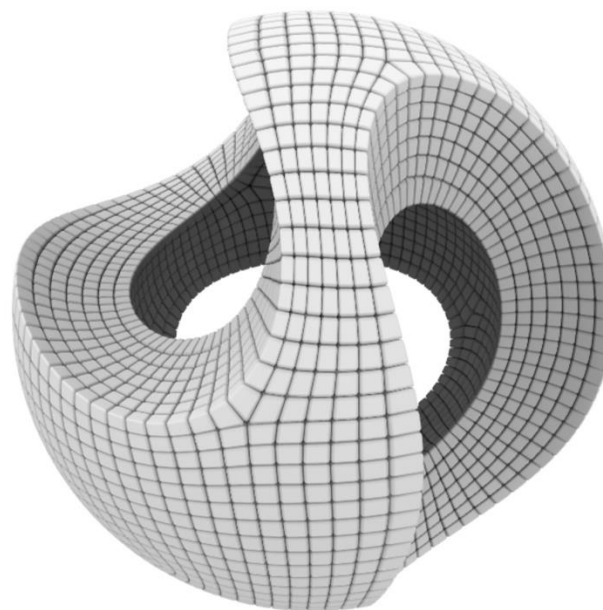
研究背景与意义

- **网格 (Mesh)**

- 是对现实物体进行有限分辨率采样的一种表示
- **纯六面体网格**
 - 计算精度高、收敛速度快、耗时小



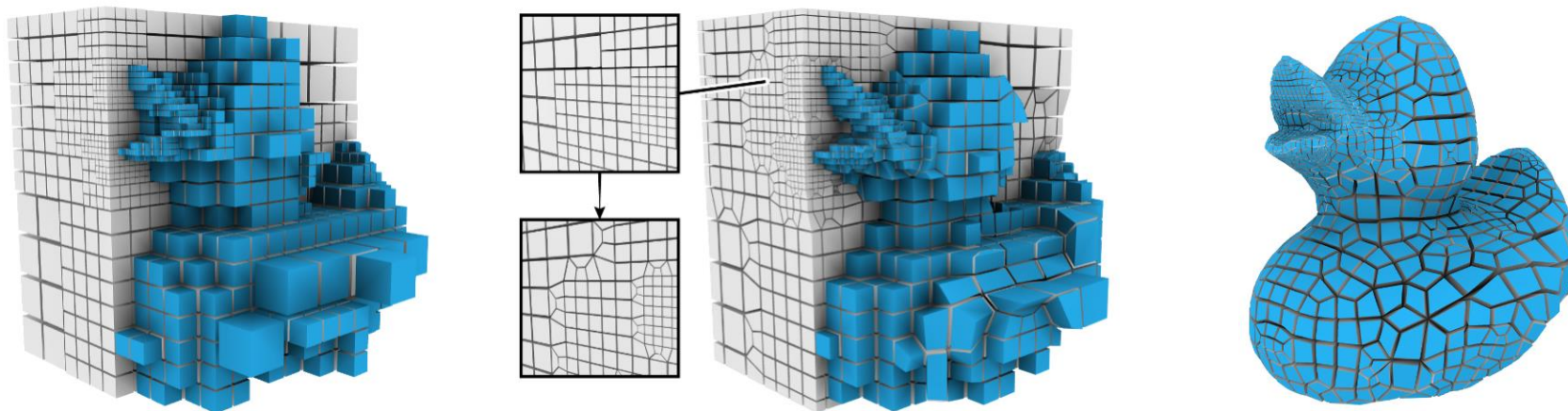
六面体占优混合网格



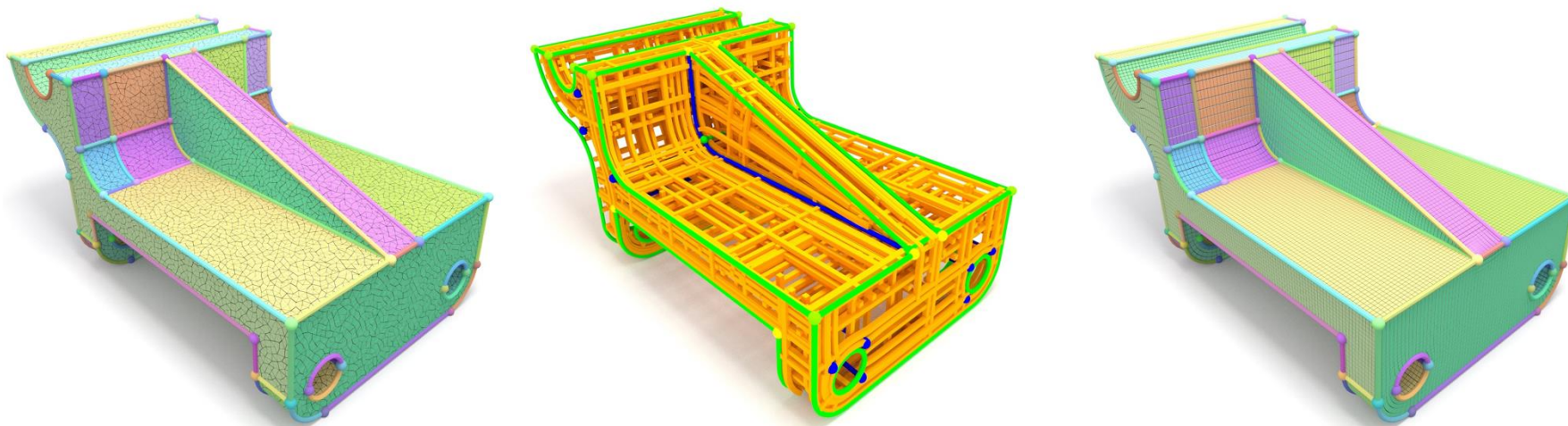
纯六面体网格

02

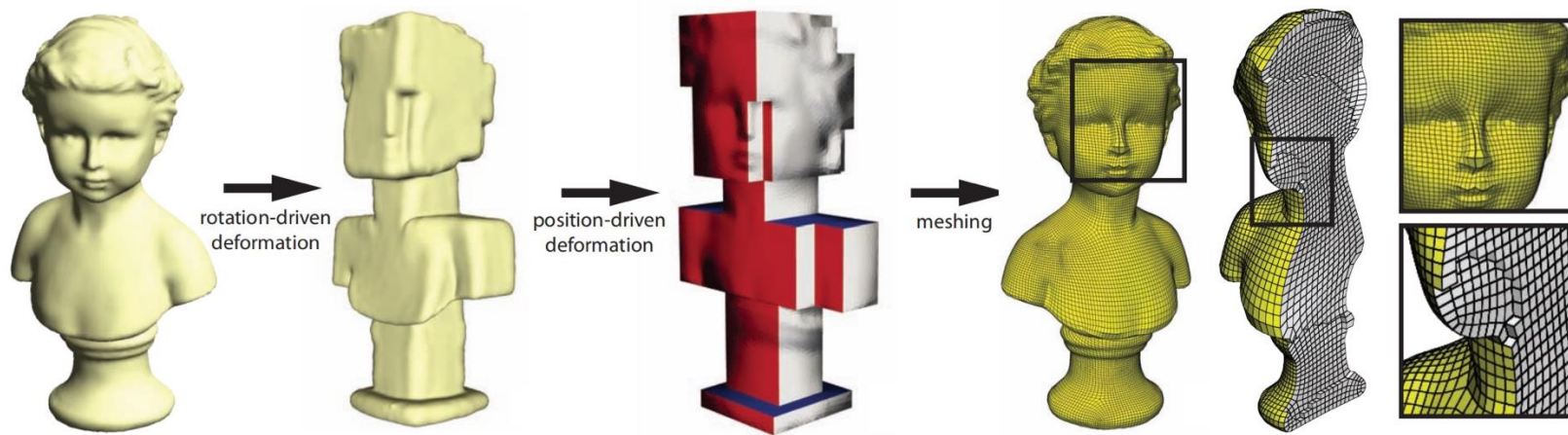
国内外研究现状



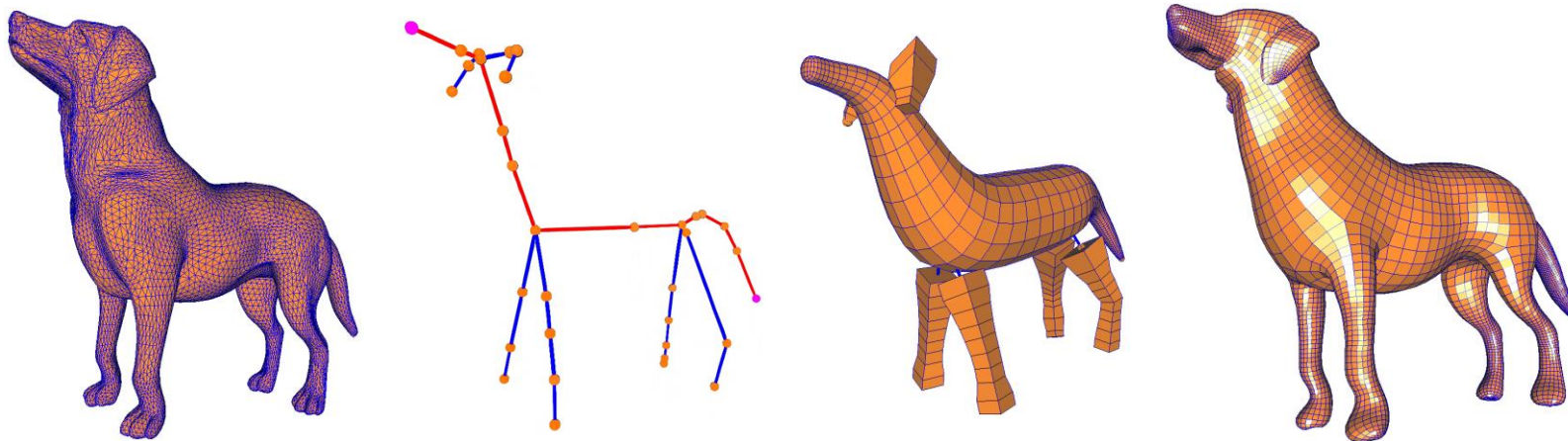
八叉树法
[Livesu et al. TOG'21]



标架场法
[Liu et al. TOG'23]



多立方体法
[Gregson et al. CGF'09]



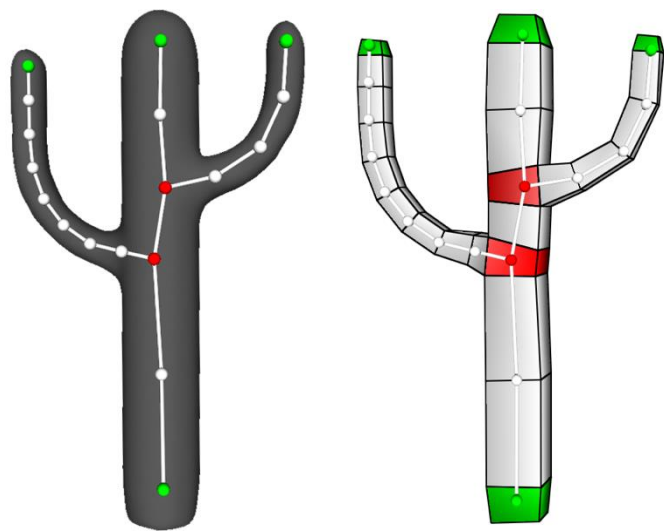
骨架法
[Lin et al. TR-ZJUCAD'12]

- 现有骨架法适用范围有限

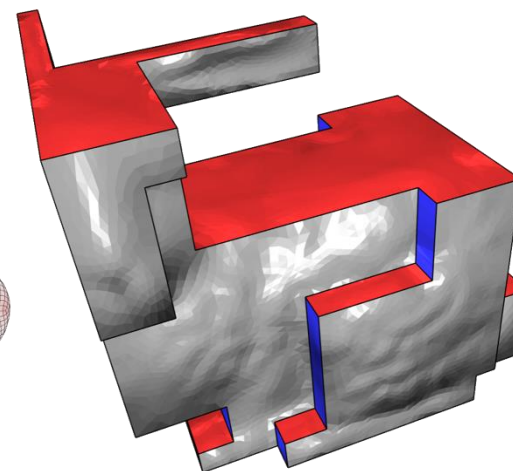
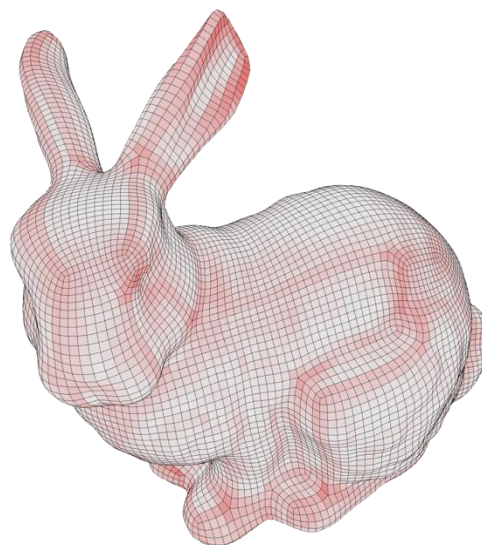
- 现有骨架法通常仅适用于管状形状

- 现有多立方体法计算效率低，且角点表示能力弱

- 现有的多立方体法通常计算效率低下，且其角点必须与三个不同朝向的区域邻接



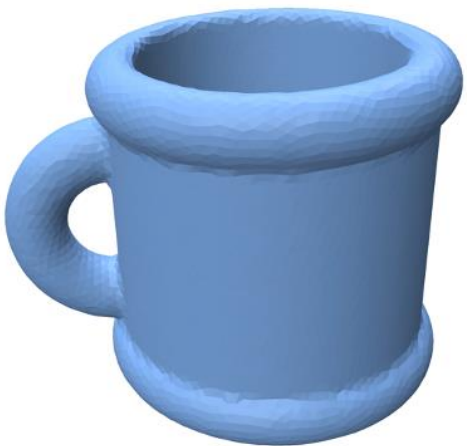
骨架法
[Livesu et al. CGF'16]



多立方体法
[Fu et al. PG'16]

03

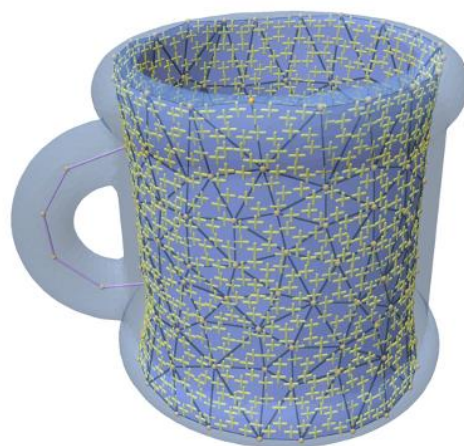
一种新的六面体网格生成方法



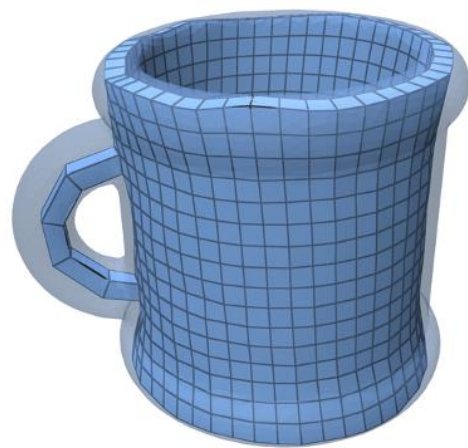
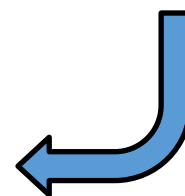
输入形状



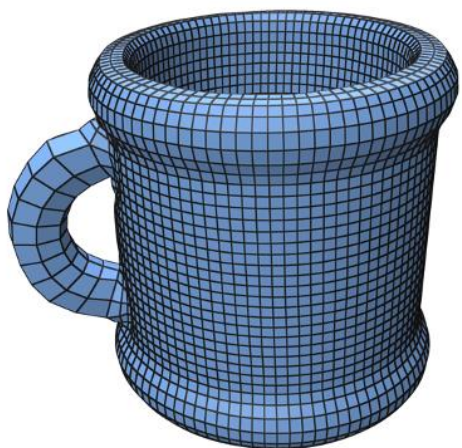
线面混合骨架



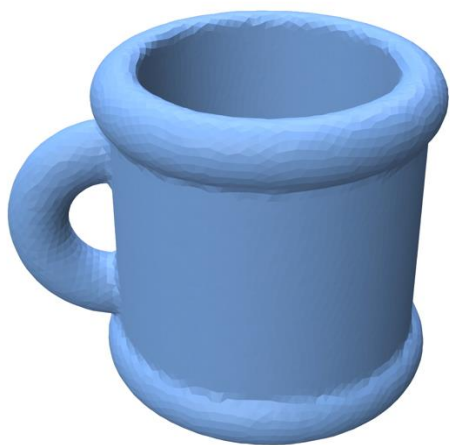
曲面标架场



初始六面体网格



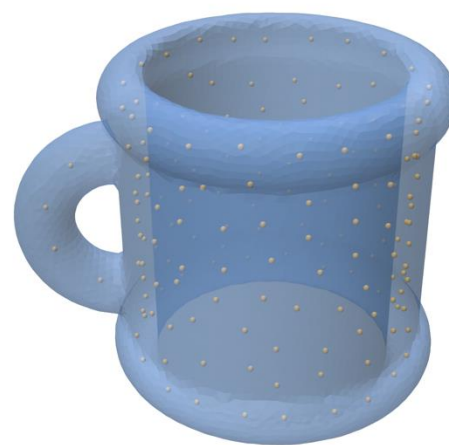
输出六面体网格



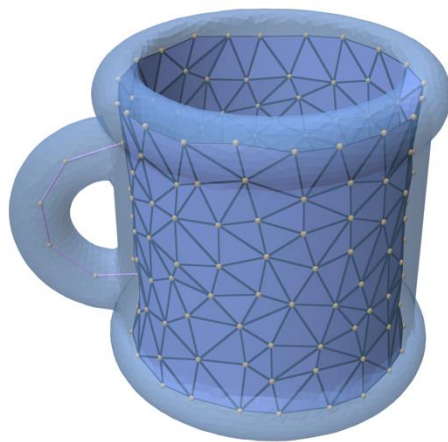
输入形状



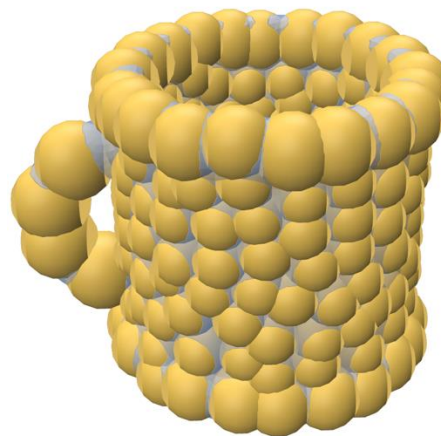
生成候选点集



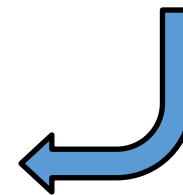
被选中的候选点

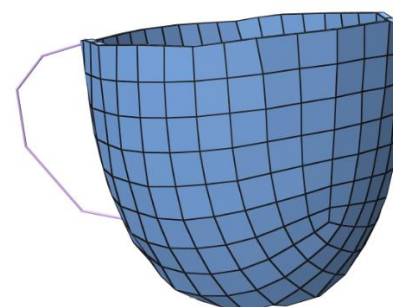
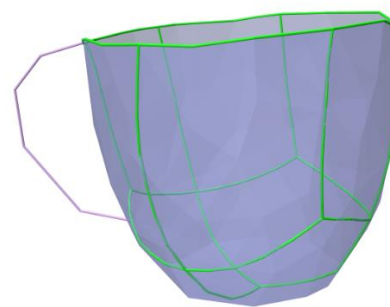
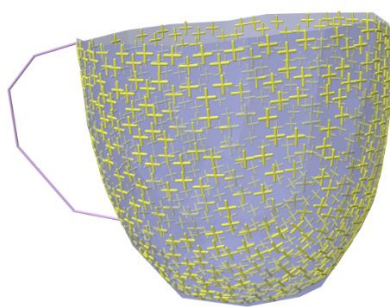
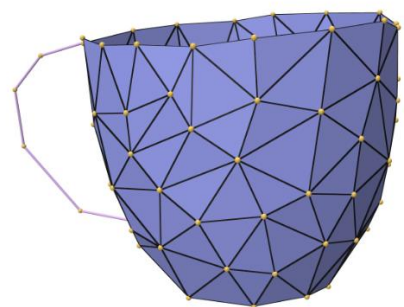


输出线面混合骨架



被选中的候选膨胀球



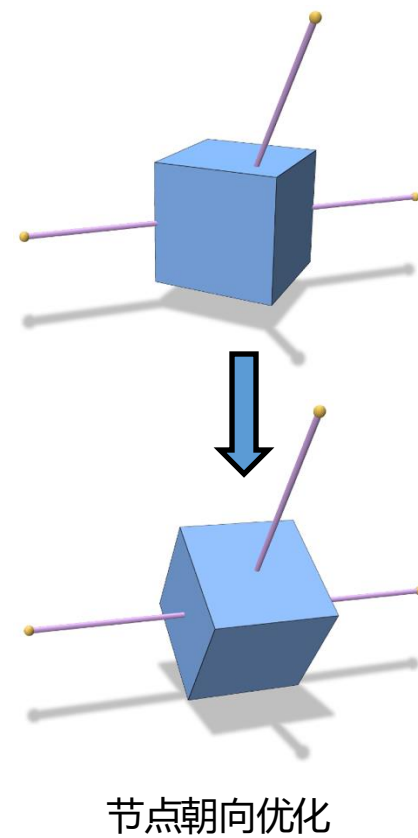
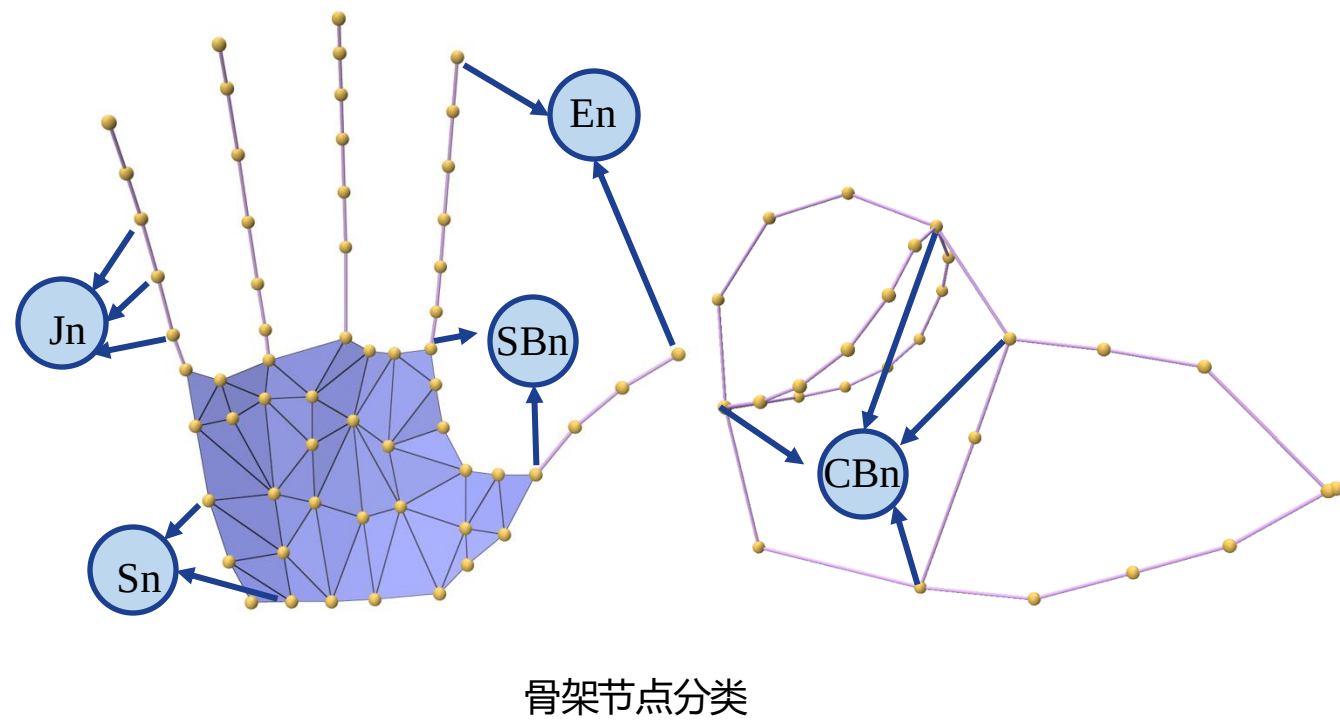


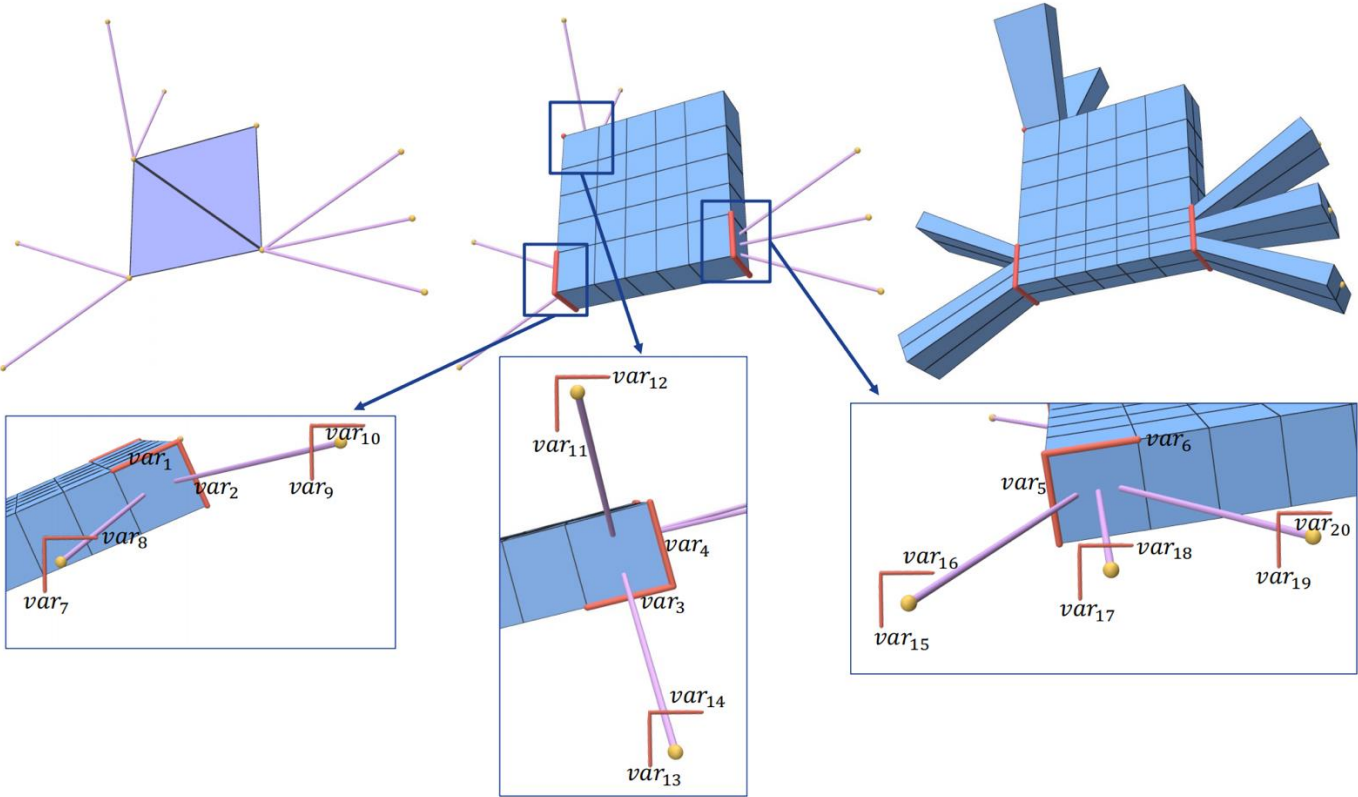
输入线面混合骨架

计算标架场

计算区域分解

输出六面体网格





一致性细分示例

目标函数:
$$\operatorname{argmin} z = \sum_{i=1}^n var_i.$$

约束条件1:
分支节点与邻接边的一致性约束

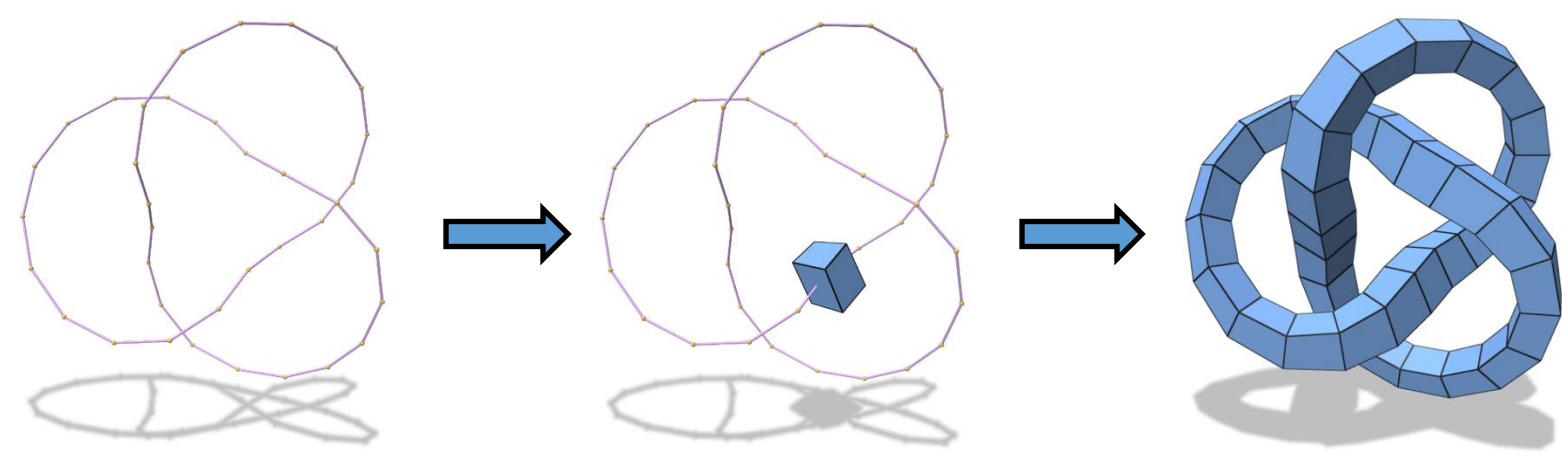
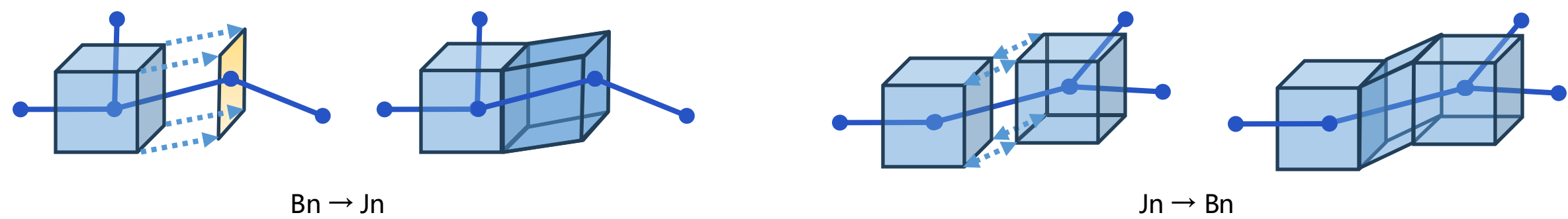
$$\begin{cases} var_1 = var_8 + var_{10}, \\ var_4 = var_{11} + var_{13}, \\ var_6 = var_{16} + var_{18} + var_{20}. \end{cases}$$

约束条件2:
六面体对边的一致性约束

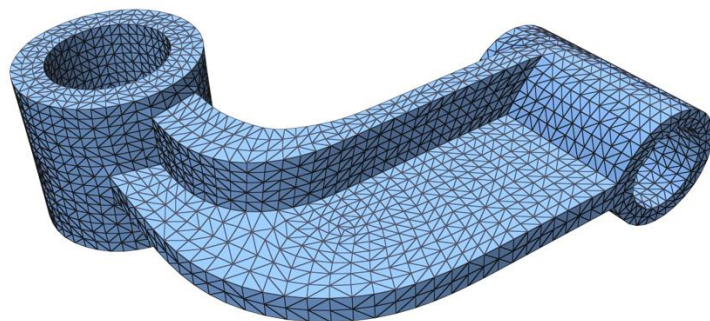
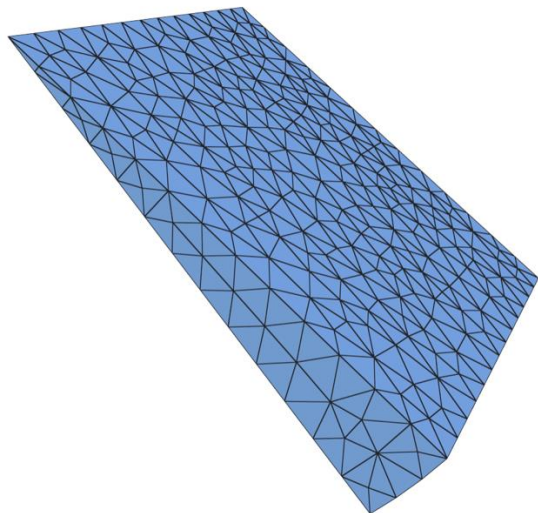
$$\begin{cases} var_1 = var_6, \\ var_2 = var_4 = var_5. \end{cases}$$

约束条件3:
细分段数的合理性约束

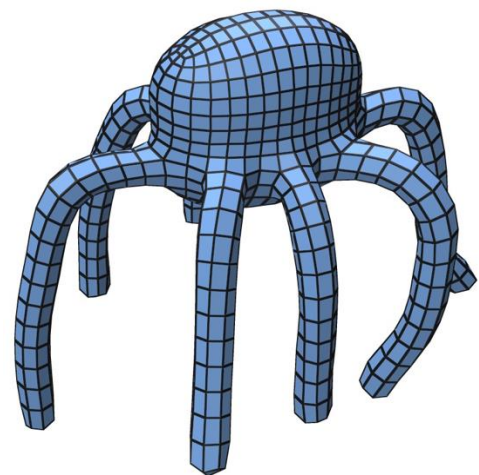
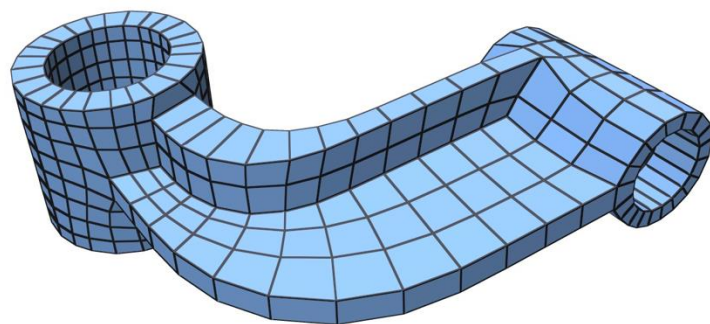
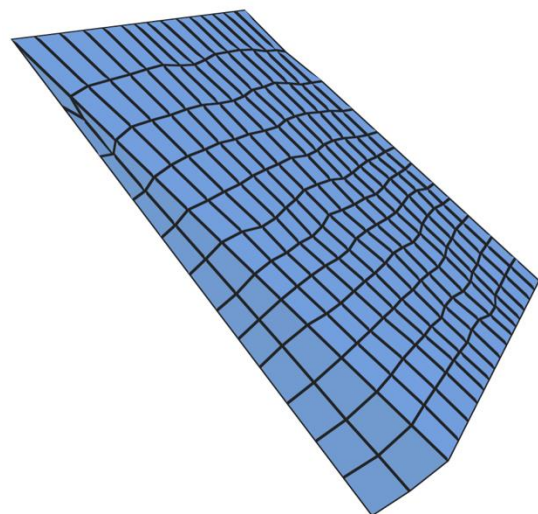
$$var_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n.$$



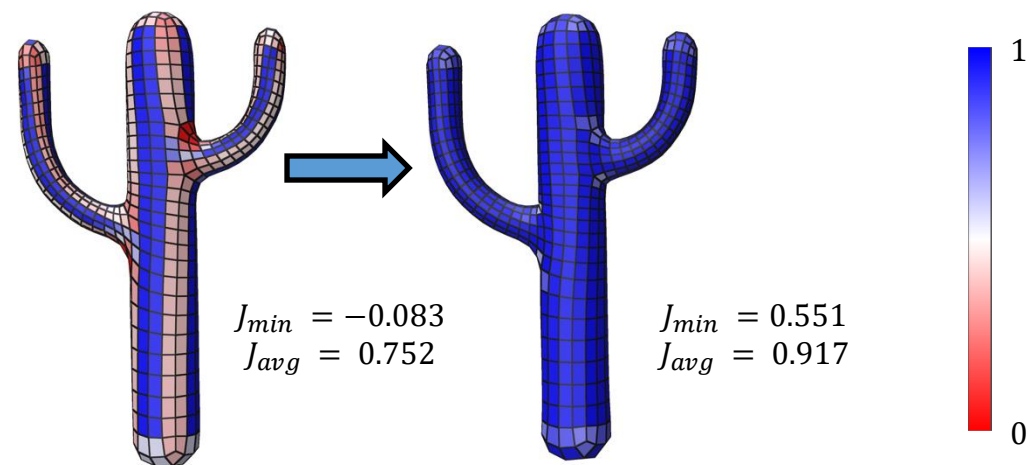
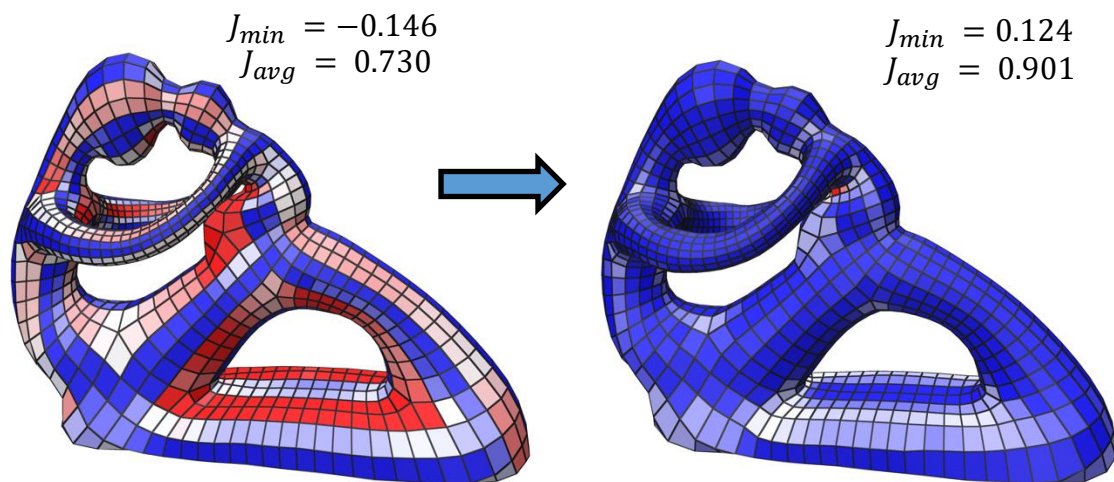
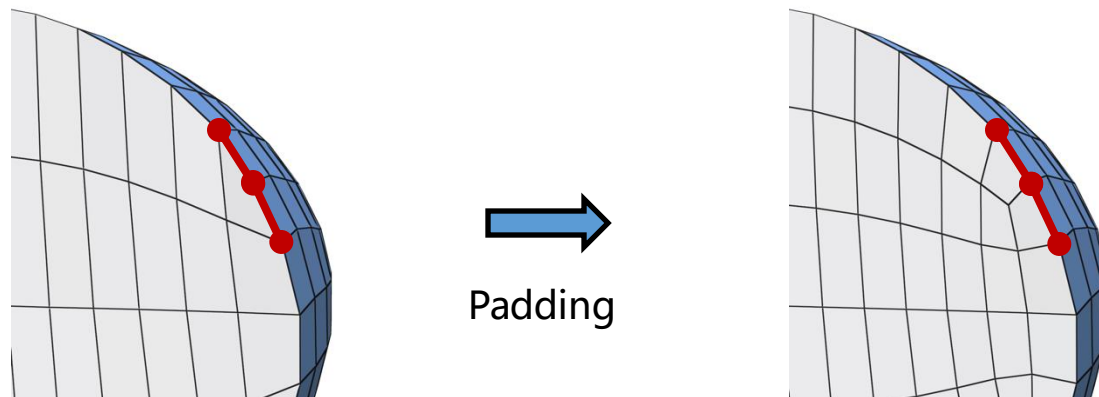
扫掠生成六面体网格示例



输入模型



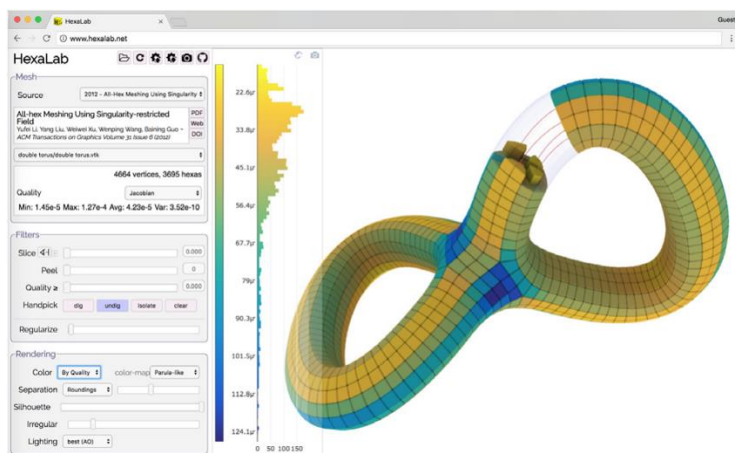
拟合结果



边锥优化
[Livesu et al. TOG'15]



PolyCube 数据集
[Fu et al. PG'16]

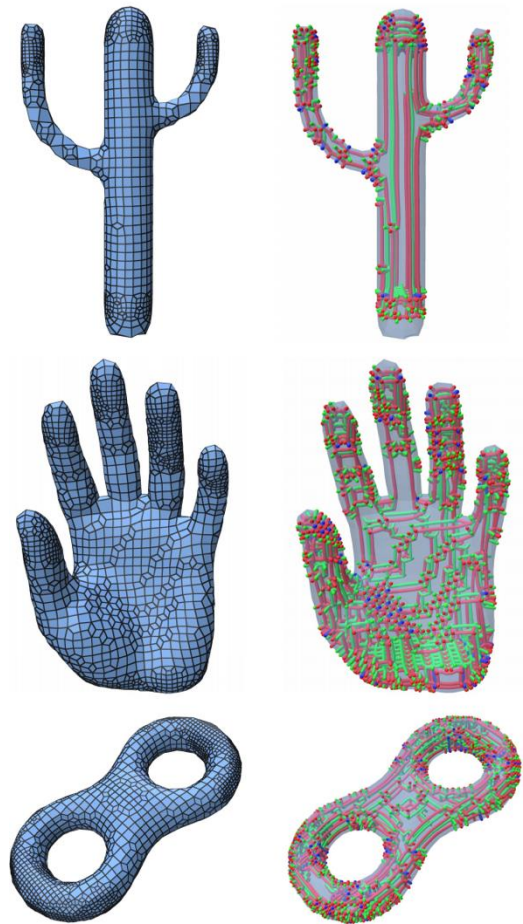


HexaLab 数据集
[Bracci et al. CAD'19]

本节线面混合骨架计算与体细分拟合算法在不同模型上的耗时统计

模型	输入形状		线面混合骨架计算		体细分拟合	
	顶点数目	面片数目	中轴点数目	耗时	迭代次数	耗时
<i>Airplane1</i>	5400	10796	56	20.45s	24	10.9s
<i>Airplane2</i>	6703	13402	60	20.51s	12	7.31s
<i>Armchair</i>	12972	25940	92	45.77s	31	53.34s
<i>Bone</i>	1566	3128	17	14s	5	1.19s
<i>Camille_hand</i>	16565	33126	49	18.93s	87	45.4s
<i>Chair1</i>	10500	21008	82	14.87s	9	7.95s
<i>Cup</i>	10495	20994	175	39.8s	18	13s
<i>Cup1</i>	15564	31128	181	41.2s	16	12.2s
<i>Double_torus</i>	2521	5046	29	14.35s	6	1.43s
<i>Genus3</i>	8485	16978	92	41.18s	35	15.48s
<i>Glass1</i>	7420	14836	77	32.39s	3	0.95s
<i>Hand</i>	3497	6990	41	15.7s	39	12s
<i>Hanger</i>	4026	8056	167	23.94s	10	5.1s
<i>Human</i>	2514	5024	38	13.47s	3	4.85s
<i>Pear</i>	10754	21504	10	24.44s	24	6.5s
<i>Sculpt</i>	3669	7342	139	13.6s	5	1.3s
平均值	7665	15331	81	24.66s	20	12.4s

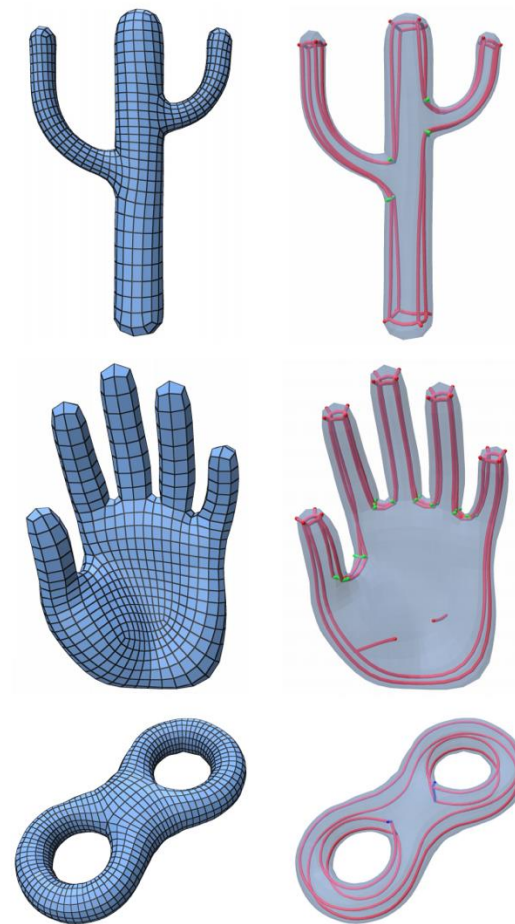
● 奇异结构比较



八叉树方法
[Gao et al. CGF'19]

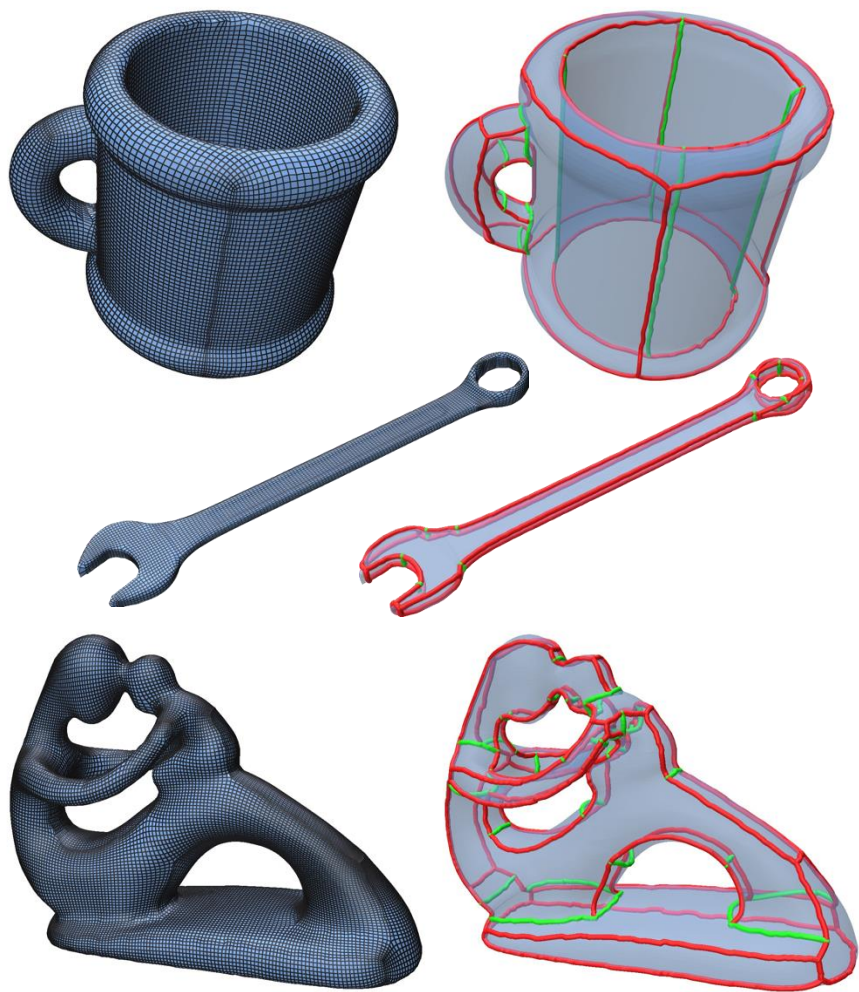


LoopyCuts 标架场方法
[Livesu et al. TOG'20]



本节方法

- 奇异结构比较



多立方体方法
[Fu et al. PG'16]



本节方法

● 网格质量与单元数量分析

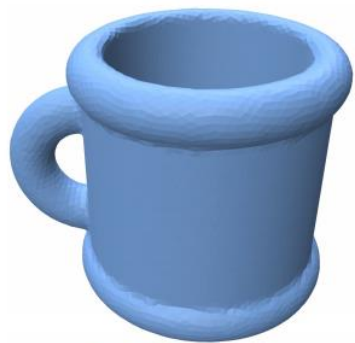
本章方法与八叉树方法[Gao et al. CGF'19]的质量统计

模型	八叉树方法 ^[14]				本章方法			
	#C _{hex}	J _{min}	J _{avg}	J _{var}	#C _{hex}	J _{min}	J _{avg}	J _{var}
Airplane1	18834	0.248	0.829	0.021	1243	0.323	0.833	0.032
Airplane2	54267	0.265	0.805	0.024	1788	0.520	0.831	0.013
Armchair	28423	0.113	0.831	0.022	1577	0.199	0.900	0.013
Bird	18306	0.334	0.821	0.021	588	0.196	0.726	0.023
Bone	3965	0.417	0.804	0.019	800	0.594	0.873	0.008
Camille_hand	30300	0.096	0.800	0.023	1244	0.391	0.884	0.013
Chair	38763	0.146	0.829	0.022	2688	0.349	0.918	0.007
Chair1	25253	0.252	0.802	0.020	2912	0.356	0.899	0.016
Cup	42680	0.239	0.853	0.019	5988	0.671	0.977	0.003
Dinon	29065	0.248	0.777	0.022	1504	0.227	0.811	0.014
Double_torus	13380	0.181	0.833	0.018	248	0.758	0.889	0.002
Fertility	19924	0.149	0.802	0.024	4384	0.124	0.901	0.010
Fish1	24142	0.255	0.782	0.022	838	0.114	0.822	0.034
Genus3	20672	0.137	0.774	0.021	742	0.604	0.878	0.006
Glass1	15593	0.302	0.818	0.019	143	0.873	0.982	0.00004
Glass2	6701	0.169	0.800	0.023	64	0.752	0.908	0.003
Hand	14861	0.221	0.789	0.021	1368	0.244	0.975	0.013
Hanger	26918	0.155	0.828	0.028	378	0.210	0.917	0.014
Holes3	24709	0.350	0.824	0.022	188	0.705	0.849	0.008
Human1	23560	0.102	0.798	0.023	2248	0.174	0.874	0.011
Human2	23606	0.113	0.788	0.023	1216	0.458	0.831	0.009
Rod	10735	0.041	0.809	0.027	1256	0.501	0.886	0.010
Sculpt	15202	0.104	0.759	0.036	504	0.209	0.822	0.024
Sediapath	23553	0.165	0.810	0.022	408	0.721	0.948	0.003
Teaport	14941	0.252	0.809	0.023	1042	0.116	0.872	0.028
Toy2	14566	0.265	0.794	0.022	544	0.375	0.824	0.015
Wrench	13230	0.114	0.831	0.019	832	0.737	0.940	0.004
平均值	22079	0.201	0.807	0.022	1361	0.426	0.880	0.012

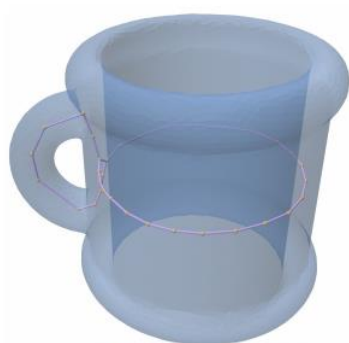
在网格质量上，统计数据表明，本章方法生成的六面体网格具有更高的单元质量，本章方法的 J_{min}/ J_{avg} / J_{var} 分别为 **0.426/0.880/0.012**，而八叉树方法对应的值仅为 **0.201/0.807/0.022**。

在单元数量上，本章方法生成的六面体网格较为稀疏，这一特性有利于该六面体网格在快速物理仿真与 CAD 重建等场景的应用。本节方法生成的六面体网格平均单元数量仅为 **1361**（最大值为 **5988**），八叉树法对应的值为 **22079**（最大值为 **54267**），而 HexaLab 数据集收集的六面体网格平均单元数量为 **30000**（最大值为 **590000**）。

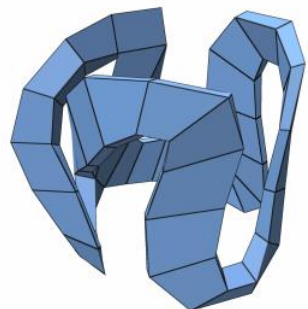
- 与曲线骨架驱动方法的比较



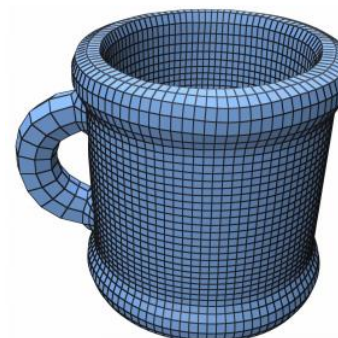
输入模型



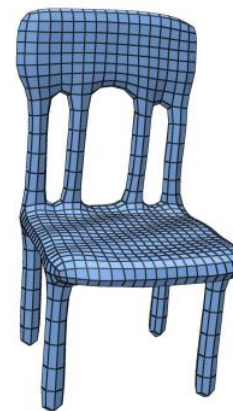
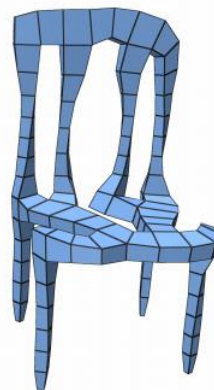
曲线骨架



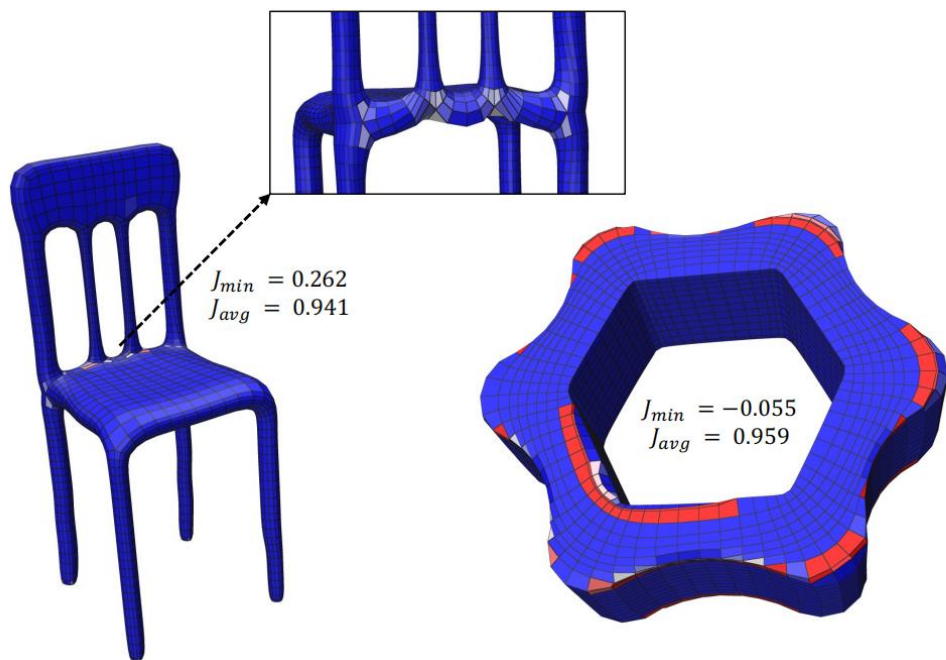
曲线骨架方法
[Livesu et al. CGF'16]



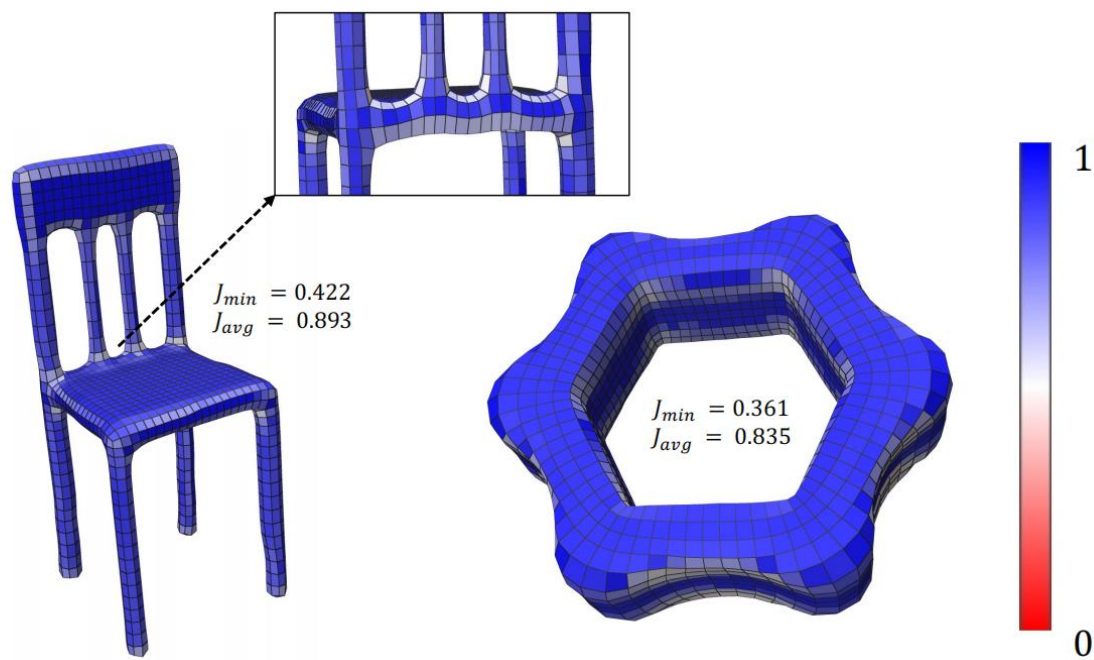
本节方法



- 与曲面混合骨架驱动方法的比较

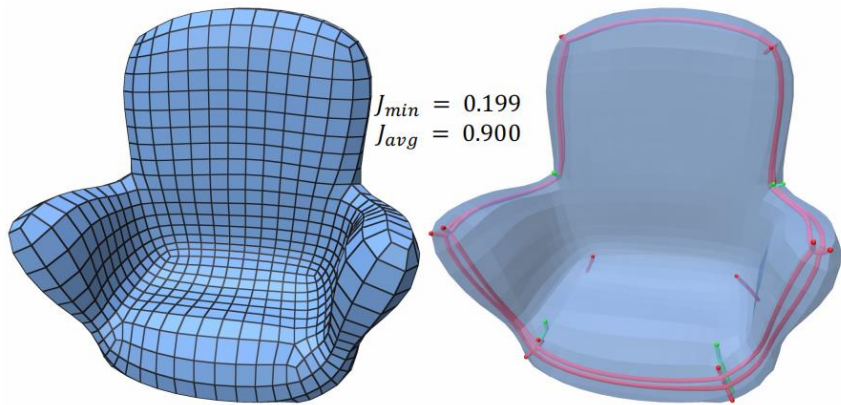
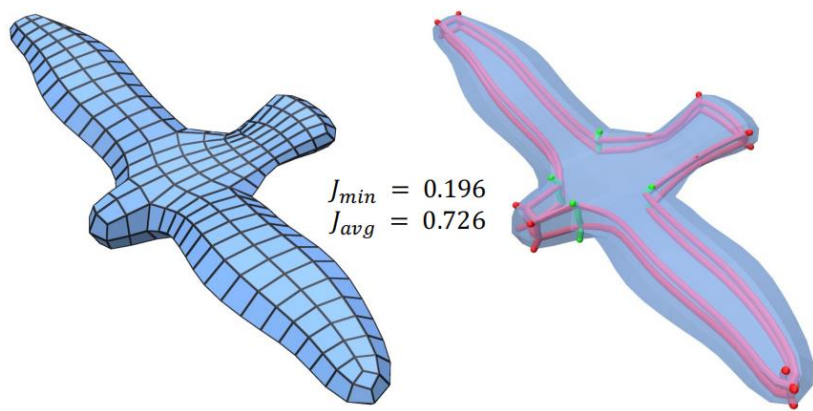
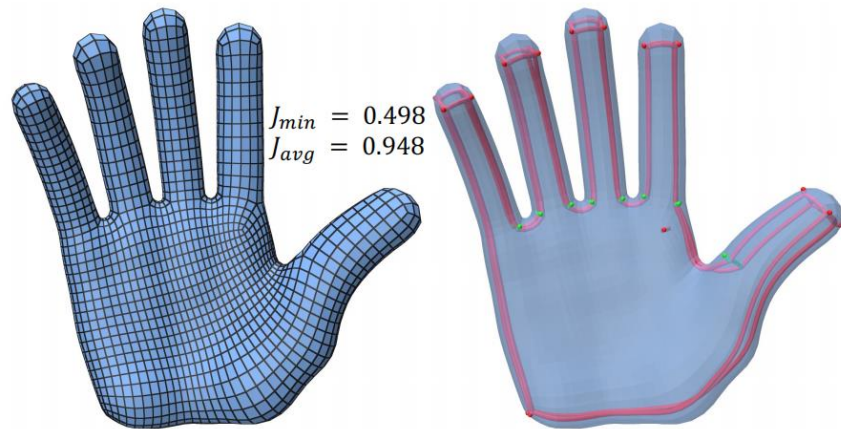
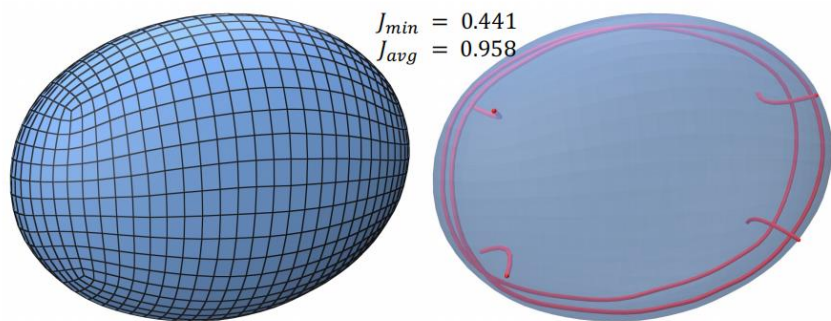


曲线混合骨架方法
[Viville et al. CGF'23]

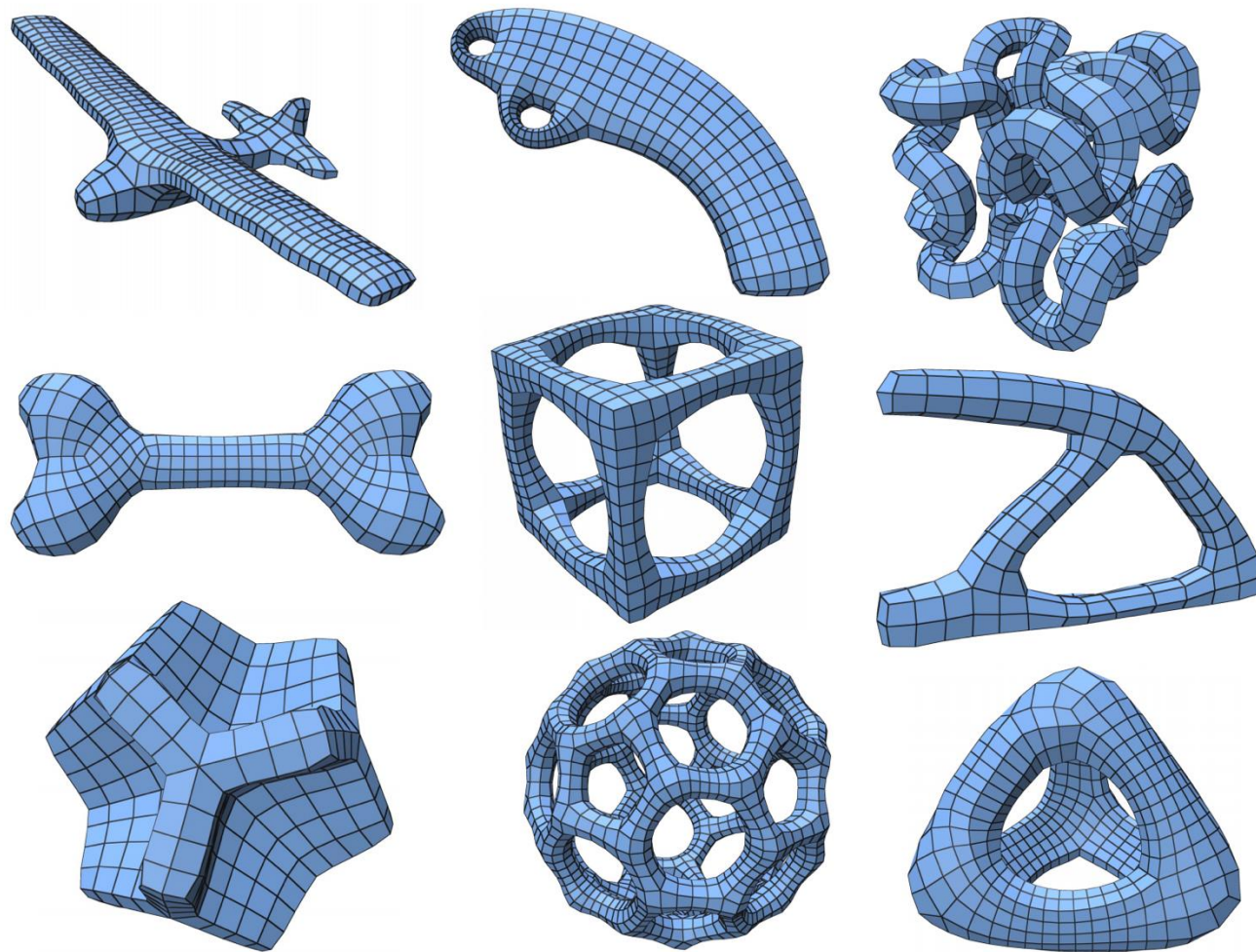


本节方法

- 结果展示



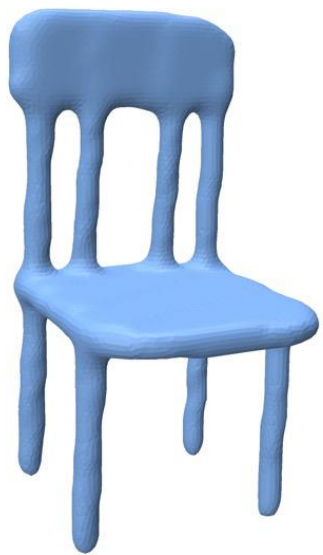
- 结果展示



更多结果展示 <https://github.com/zs0510/Medial-HexMeshing>

04

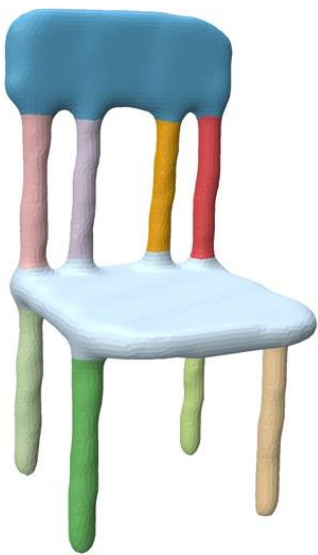
一种新的多立方体构造方法



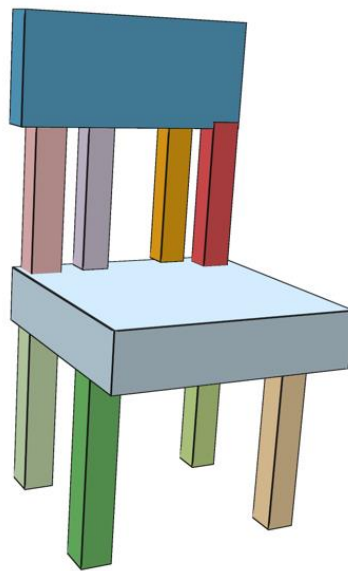
输入模型



线面混合骨架



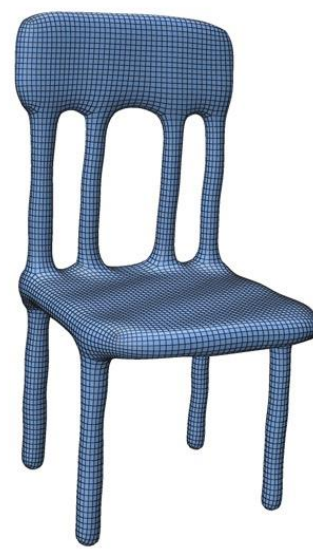
线面混合骨架引导的曲面分割



对齐的最小体积
包围盒计算
(多立方体结构)



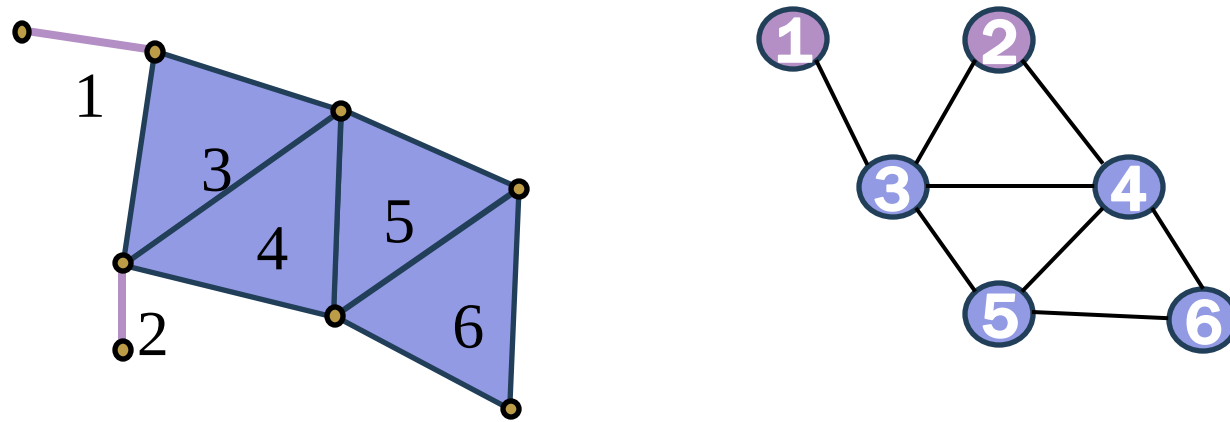
提取六面体网格



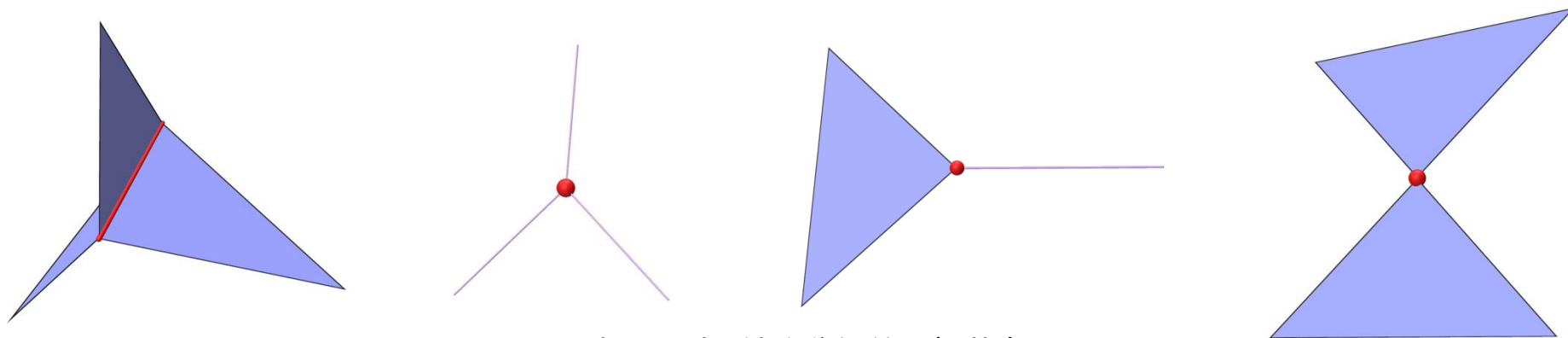
输出六面体网格

线面混合骨架引导的曲面分割

- 结构分解：根据骨架节点的拓扑关系对骨架 ($M_{structured}$) 进行分解
- 几何分解：根据输入模型与骨架 (M_{base}) 的几何关系对输入模型进行几何分解



线面混合骨架及其对应的拓扑图



四种用于引导结构分解的骨架节点

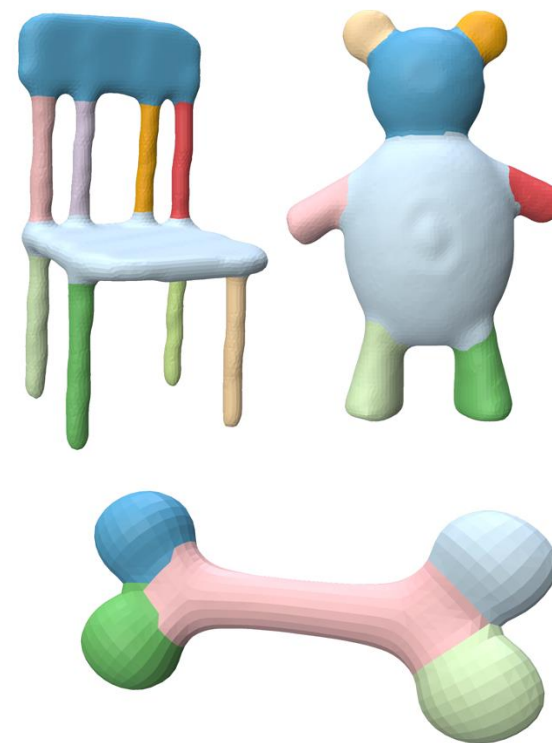
- 结果展示



输入模型



线面混合骨架
(M_{base})



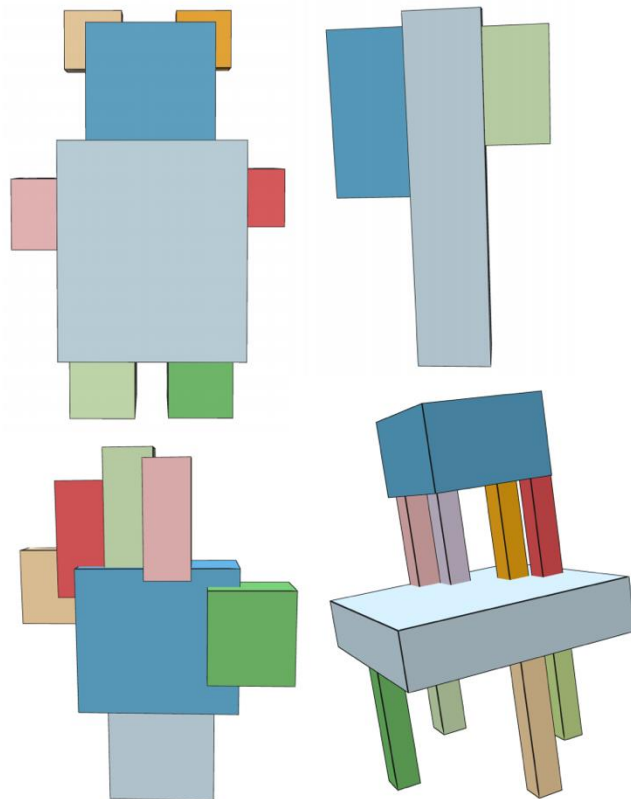
曲面分割结果

对齐的最小体积包围盒计算

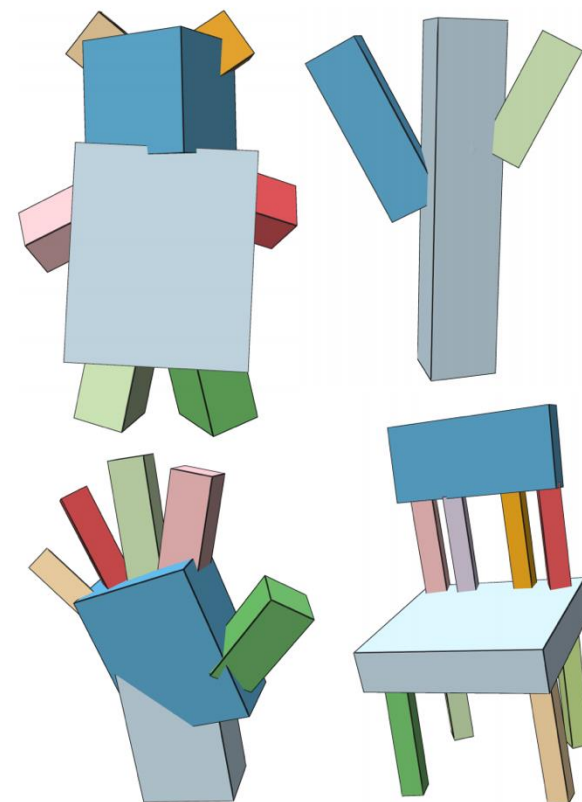
- 最小体积包围盒计算



输入曲面分割结果

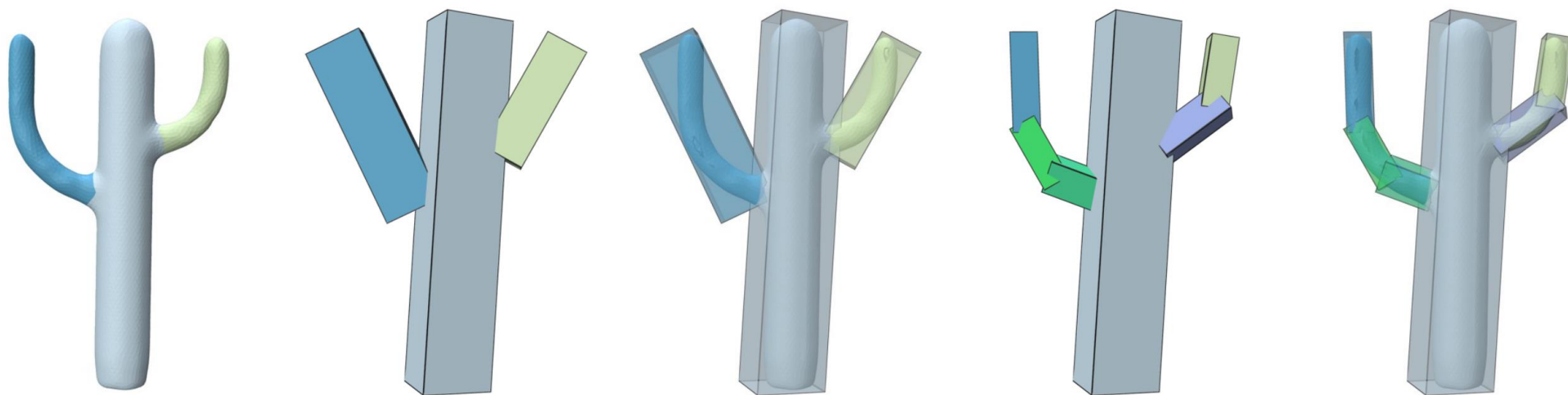


轴对齐包围盒



最小体积包围盒

- 包围盒分裂

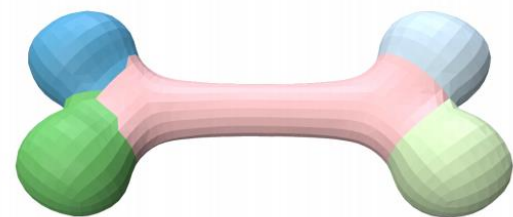


包围盒分裂示意

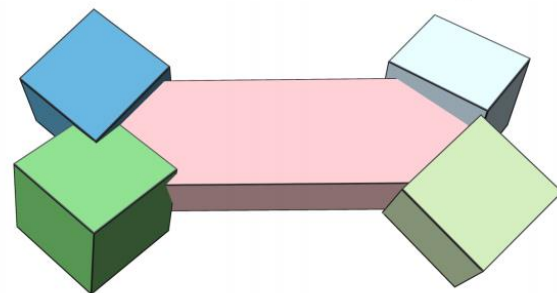
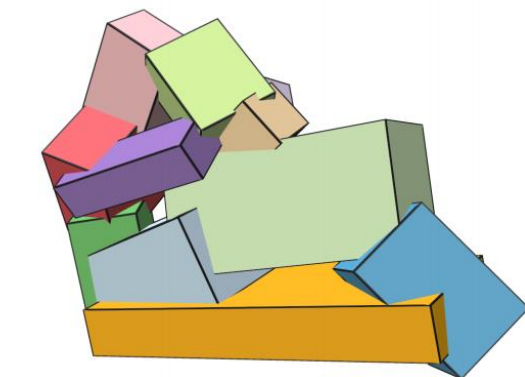
分裂后的包围盒更贴合输入模型！

对齐的最小体积包围盒计算

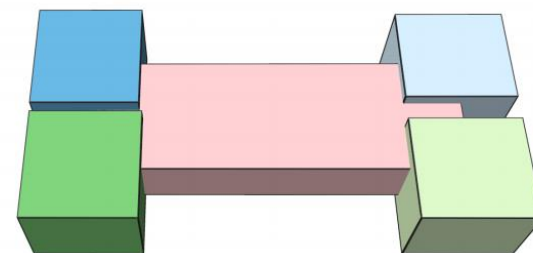
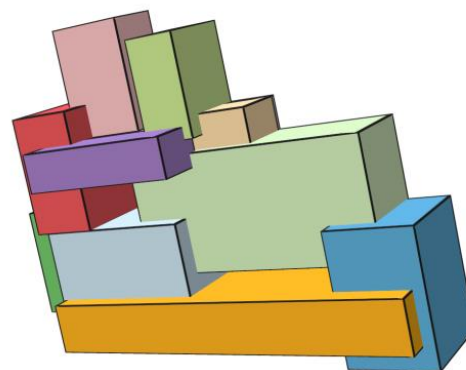
- 最小体积包围盒对齐



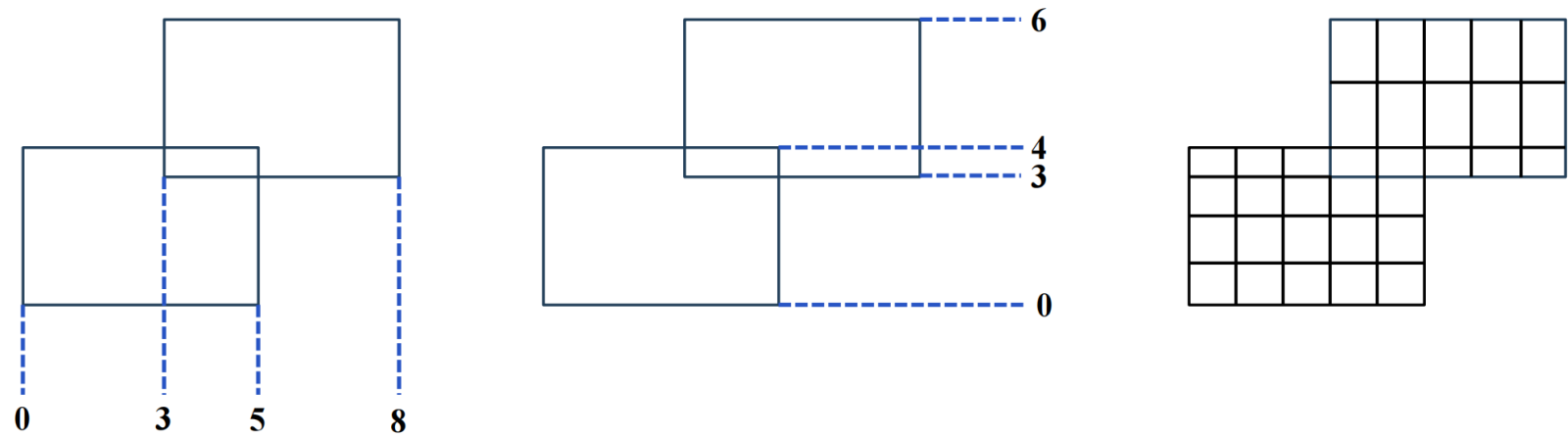
输入曲面分割结果



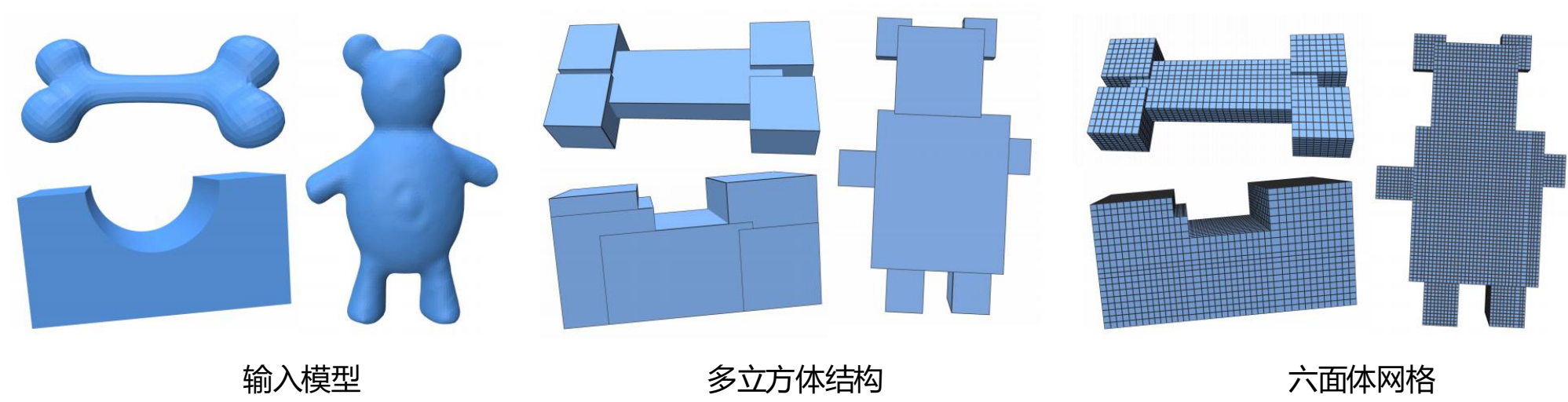
初始的最小体积包围盒



对齐的最小体积包围盒



本章六面体网格提取原理示意图



输入模型

多立方体结构

六面体网格

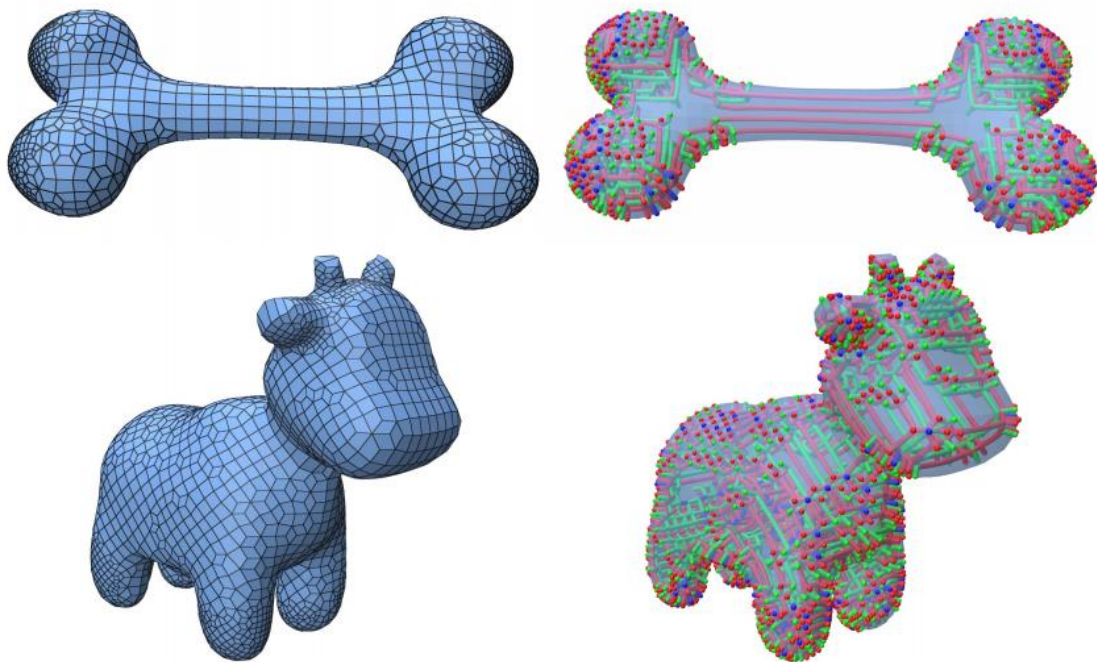
● 计算效率

本章方法在不同模型上的耗时统计

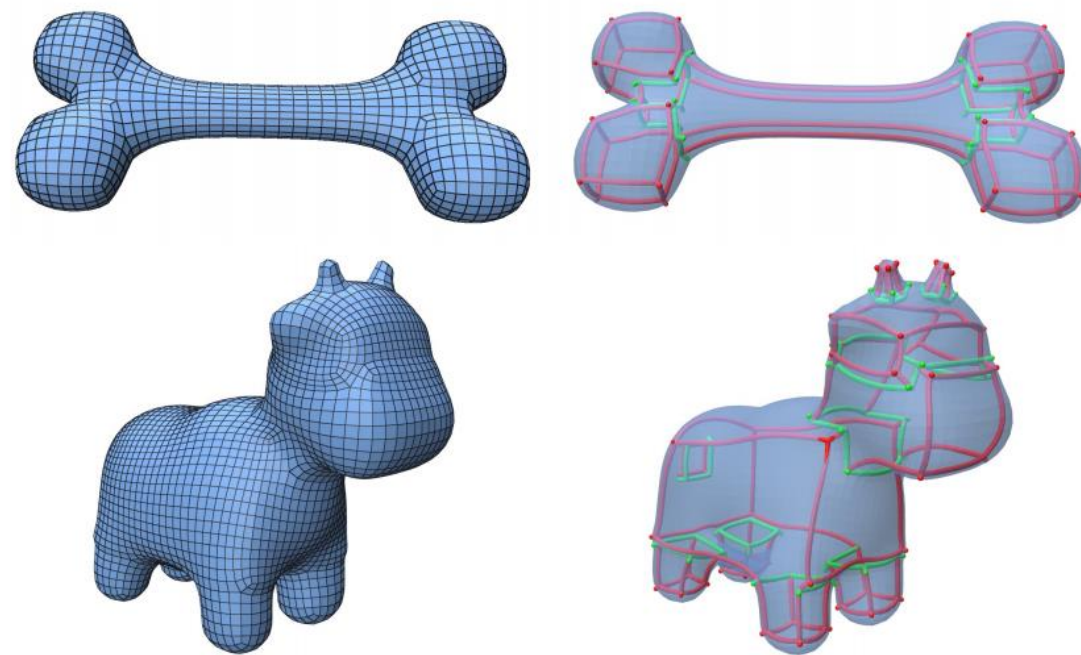
模型	顶点数目	面片数目	t_{Seg}	t_{MVBB}	t_{ExHex}	$t_{Fitting}$
<i>Teddy</i>	9548	19092	1.625s	35.132s	1.021s	19.232s
<i>Cactus</i>	5261	10518	2.386s	32.800s	0.298s	10.046s
<i>Bone</i>	1566	3128	1.960s	25.630s	0.079s	3.953s
<i>Chair</i>	10500	21008	2.600s	40.089s	0.490s	18.885s
<i>Airplane2</i>	6703	13402	1.874s	30.740s	0.340s	20.740s
<i>Armchair</i>	12972	25940	2.430s	30.050s	1.470s	27.286s
<i>Duck</i>	901	1798	2.780s	7.210s	0.039s	1.933s
平均值	6778	13555	2.237s	28.807s	0.534s	14.582s

本章所有测例均在个人笔记本（MacBook Air）上进行，算法各部分耗时统计。实验数据表明，与其它多立方体构造方法（**千秒级**）相比，本章算法具有较高的计算效率（**十秒级**）。

- 奇异结构比较



八叉树方法
[Gao et al. CGF'19]



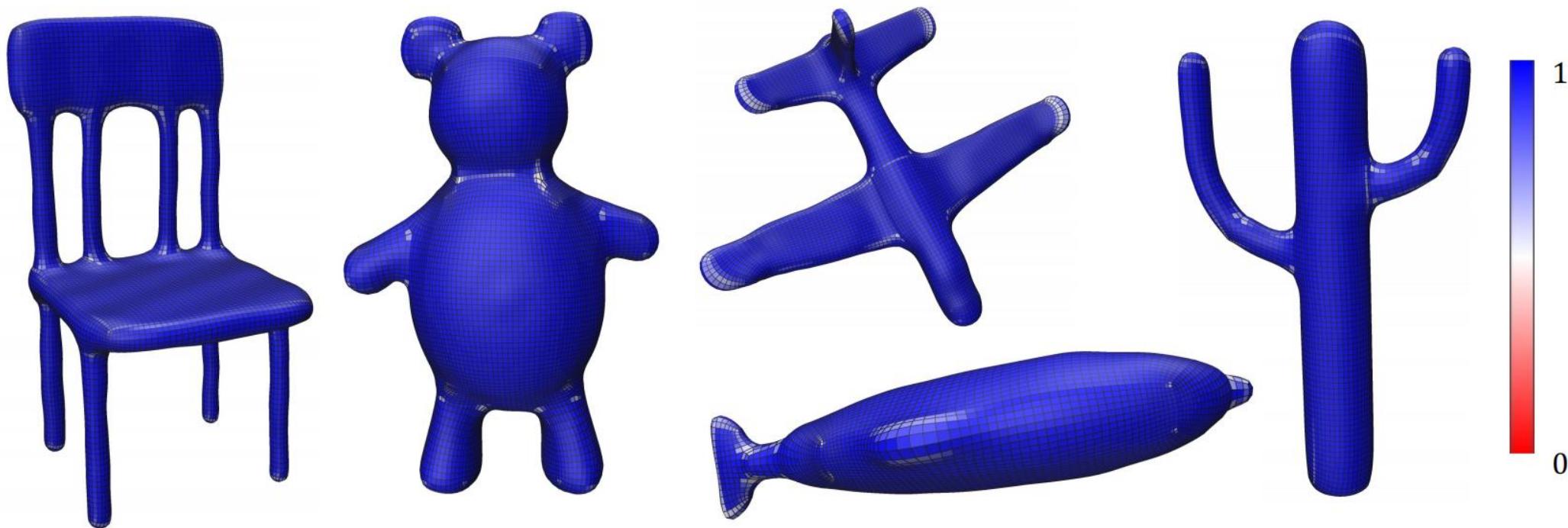
本节方法

本节方法与八叉树方法[Gao et al. CGF'19]
生成的六面体网格结果的质量统计

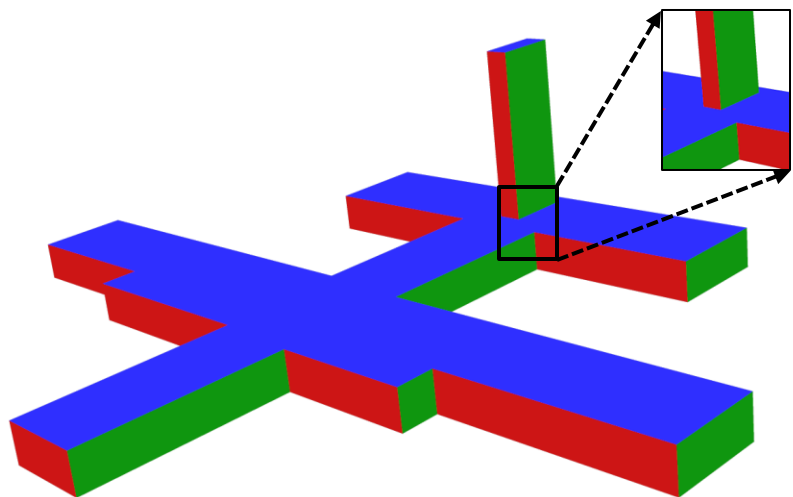
Model	octree-based ^[14]				ours			
	$\#C_{hex}$	J_{min}	J_{avg}	J_{var}	$\#C_{hex}$	J_{min}	J_{avg}	J_{var}
<i>Airplane2</i>	54267	0.265	0.805	0.024	32354	0.427	0.952	0.005
<i>Cactus</i>	2906	0.353	0.818	0.016	21357	0.136	0.930	0.002
<i>Chair</i>	5816	0.295	0.751	0.021	32728	0.506	0.965	0.003
<i>Bone</i>	3965	0.417	0.804	0.019	3848	0.652	0.935	0.005
<i>Teddy</i>	7709	0.336	0.817	0.021	62213	0.316	0.972	0.002
<i>Caddy16_8</i>	21989	0.205	0.829	0.027	30227	0.273	0.972	0.002
<i>Bolt</i>	6613	0.144	0.832	0.033	8134	0.266	0.964	0.003
<i>Bird</i>	18306	0.334	0.821	0.021	10514	0.142	0.936	0.007
<i>Hand</i>	7095	0.289	0.797	0.019	27763	0.206	0.963	0.004
<i>Spot</i>	8714	0.289	0.810	0.021	13618	0.141	0.947	0.006
平均值	13738	0.293	0.808	0.022	24275	0.307	0.954	0.005

在网格质量上，本节方法的结果显著优于八叉树方法，本章方法的 J_{avg} 为 **0.954**，而八叉树方法的平均 J_{avg} 为 **0.808**；本章方法的 J_{var} 为 **0.005**，八叉树方法的 J_{var} 为 **0.022**。

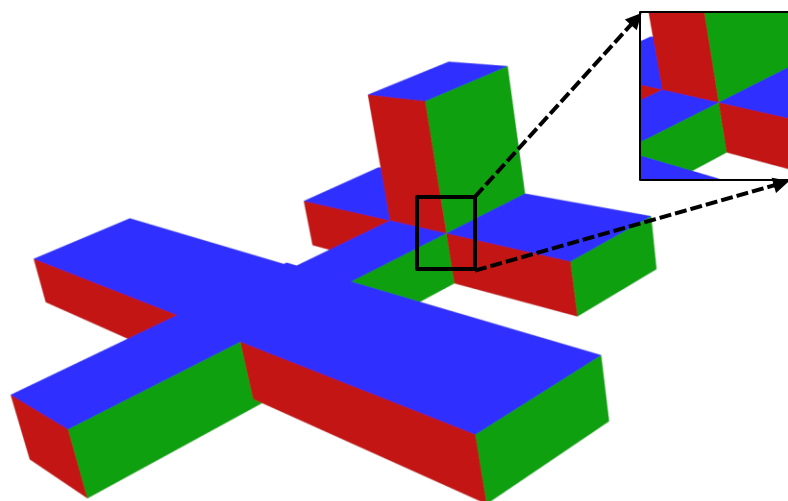
在单元数目上，由于八叉树方法使用了不均匀的栅格尺寸，其单元数目比本章方法结果更少，八叉树方法的结果网格平均单元数目为 **13738**，本章方法的平均单元数目为 **24275**。



本节方法结果的质量可视化

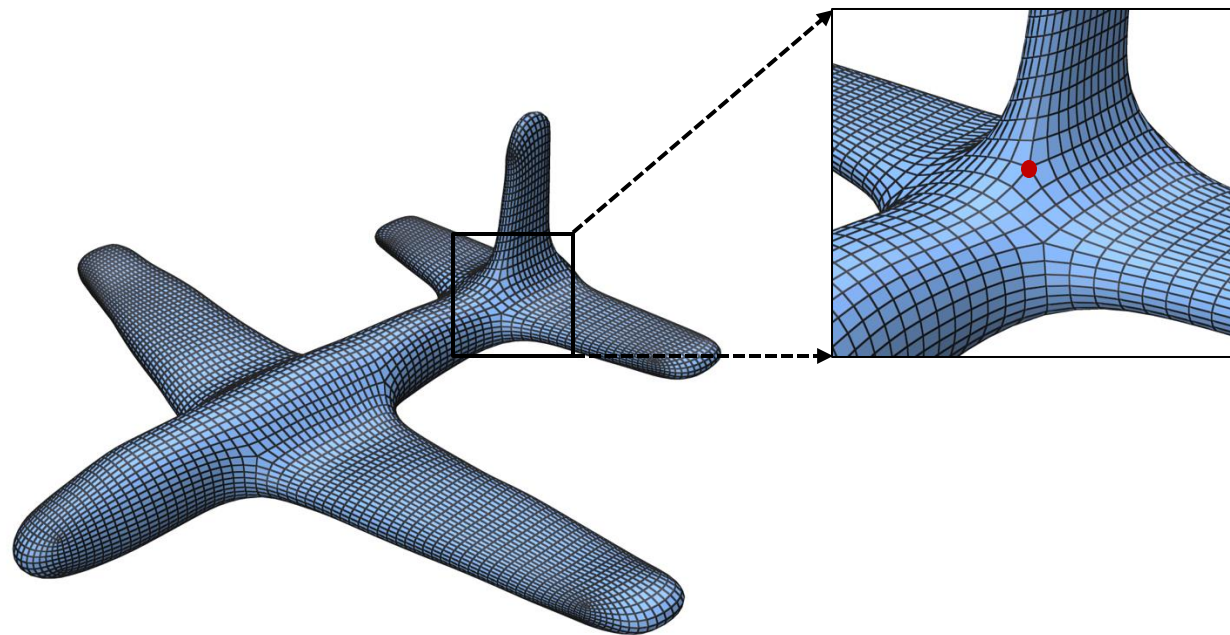
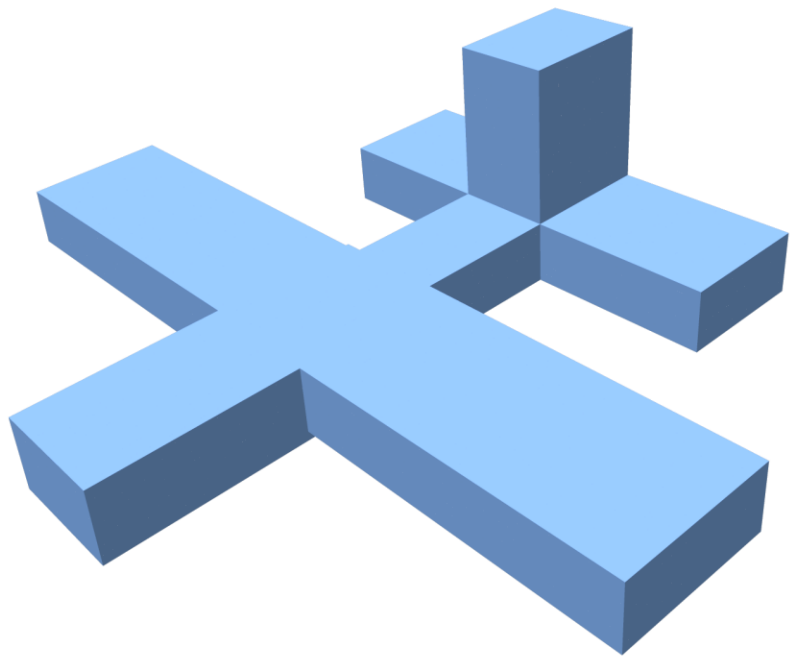


多立方体方法
[Fu et al. PG'16]



本节方法

本节方法是通过基于线面混合骨架的 曲面分割引导使用多个立方体去逼近输入形状，这避免了传统基于优化的多立方体法中每个立方体结构角点必须邻接 3 个 Chart 的约束，可以生成更多种类的多立方体结构。



本节方法结果

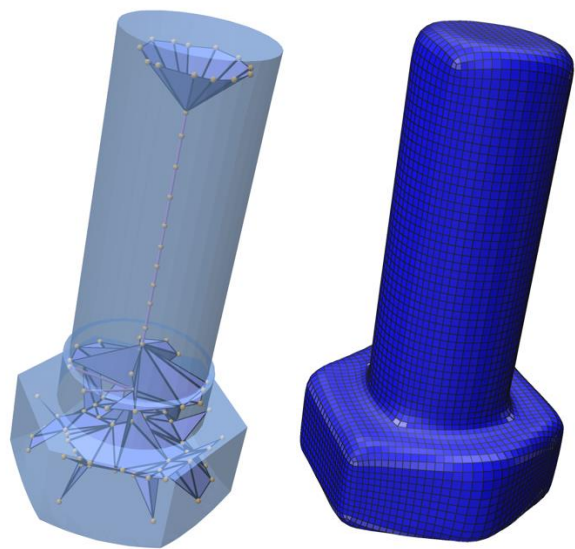
与上一节方法的对比

- 本节优点

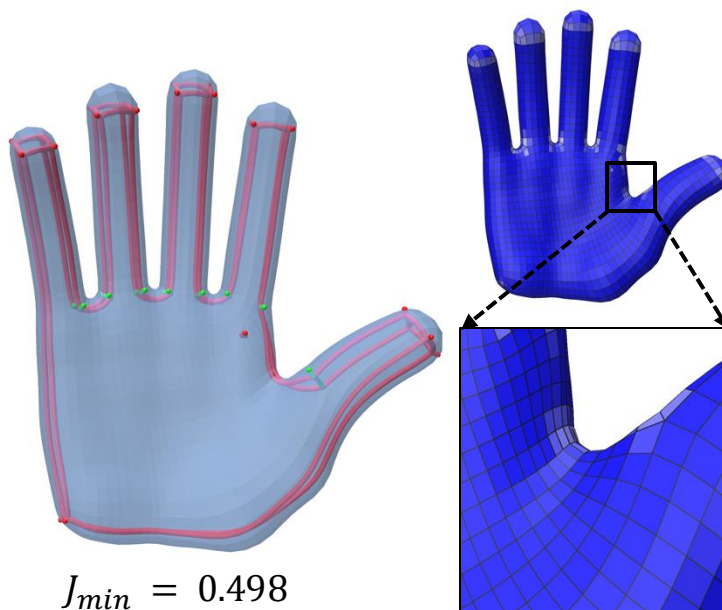
- 支持复杂线面混合骨架

- 本节缺点

- 结果网格质量可能不如上节方法的好

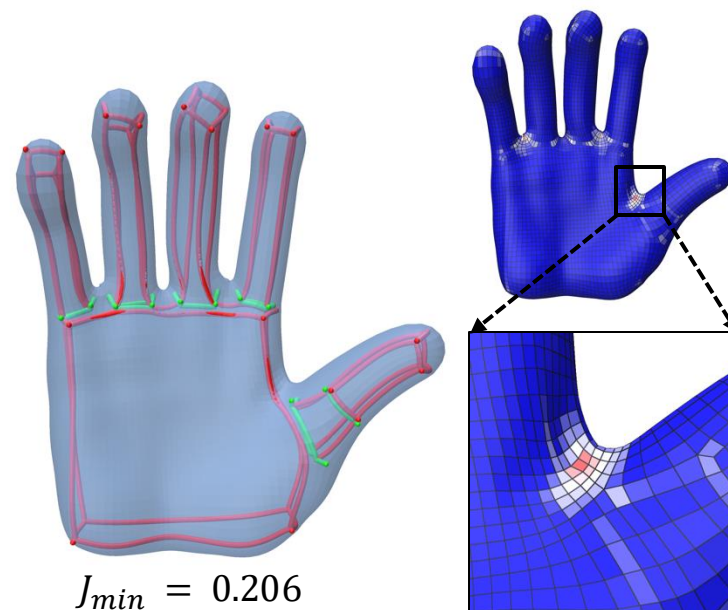


本节方法基于复杂线面混合骨架生成的六面体网格



$$J_{min} = 0.498$$

上节方法结果



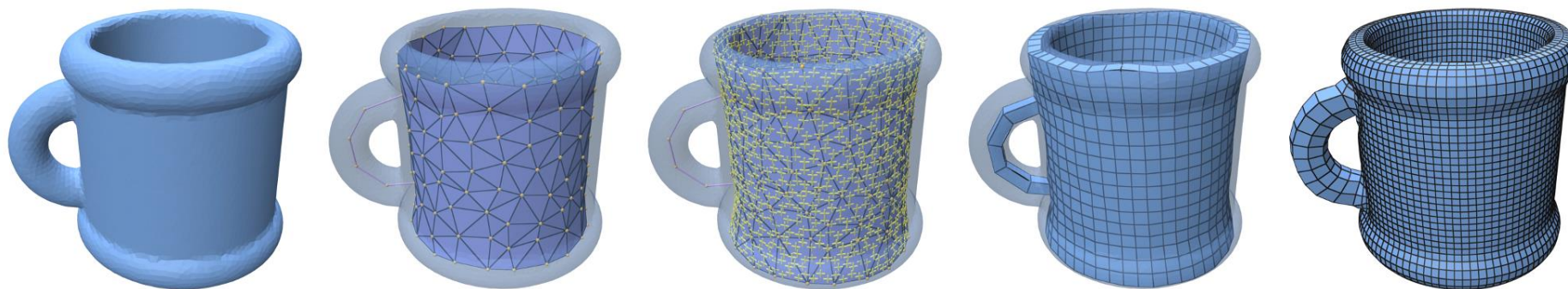
$$J_{min} = 0.206$$

本节方法结果

05

总结与展望

- 提出了一种基于线面混合骨架与标架场技术的六面体网格生成方法



- 提出了一种基于线面混合骨架与曲面分割技术的多立方体构造方法



- **第三节方法**

- 扩展至支持任意复杂的线面混合骨架
- 与三维标架场技术结合

- **第四节方法**

- 提高方法鲁棒性
- 进一步优化变形，生成高质量的多立方体结构

- **线面混合骨架在六面体网格生成领域的进一步研究**

- 如何判断其是否适合使用线面混合骨架来引导六面体网格剖分
- 如何计算其合适的线面混合骨架来引导六面体网格剖分



Q & A



杭州电子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

築學力并 育正和薪